

# Crédibilité - Systèmes bonus-malus

Année universitaire 2009-2010 - Première session

22 juin 2010 - Durée : 1 heure

**Aucun document n'est autorisé.**

## Exercice n°1

Considérons un assuré dont le nombre annuel de sinistres est distribué selon une loi de Poisson de paramètre  $\Theta$ . La distribution *a priori* de  $\Theta$  est une loi uniforme sur l'intervalle  $[0; 1]$ . Le coût des sinistres est constant, égal à 1.

1. Donnez la prime de Bayes de cet assuré.

Lors de la première année d'observation, l'assuré a causé un sinistre.

2. Quelle prime de Bayes lui réclameriez-vous pour la seconde année ?

3. Utilisez le modèle de Bühlmann, pour estimer la prime de cet assuré pour la deuxième année. Commentez.

## Exercice n°2

Soit  $N_j$  le nombre annuel de sinistres causés par un conducteur du portefeuille. Supposons que, conditionnellement à  $\Theta$ , les  $N_j$  soient des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées telles que :

$$\Pr(N_j = 1 | \Theta = \theta) = 1 - \Pr(N_j = 0 | \Theta = \theta) = \theta,$$

avec

$$\Theta = \left\{ \begin{array}{ll} 0, 1, & \text{avec la probabilité } 0,75; \\ 0, 2, & \text{avec la probabilité } 0,25. \end{array} \right\}$$

Afin de corriger l'hétérogénéité du portefeuille induite par  $\Theta$ , la société d'assurance met en place un système bonus-malus à trois degrés (0; 1; 2). L'entrée se fait au niveau 1 puis :

- chaque année sans sinistre est gratifiée d'une descente d'un degré dans l'échelle ;

- chaque sinistre est pénalisé par une remontée au niveau 2.
- a. Donnez la matrice de transition sachant  $\Theta = 0, 1$ .
- b. En régime stationnaire, quelle est la répartition des assurés entre les trois degrés de l'échelle ?
- c. Quelle prime relative associer aux différents échelons ?