Critères d'allocation d'actifs pour un régime de rentiers

Conférence scientifique de l'Institut des Actuaires

1er juillet 2004

Frédéric PLANCHET
Actuaire associé

Pierre THEROND
Actuaire

Contexte (1)

La détermination de l'allocation d'actif est un thème central dans les problématiques d'assurance vie, particulièrement développé dans le contexte des contrats d'épargne et des régimes de retraite supplémentaires.

Dans le cas de la retraite, ou de prestations de rentes viagères, la durée des contrats permet aux services de gestion actif/passif d'élaborer des stratégies d'allocation d'actifs à long terme a priori indépendantes de spéculations à court terme (qui relèvent de l'allocation tactique).

Contexte (2)

Les premiers modèles d'allocation d'actifs à intégrer le risque lié aux placements ont été inspirés de techniques financières, en particulier de critères de type Markowitz [1952].

Boyle [2004] montre les limites de l'utilisation de telles approches lorsque l'on intègre l'estimation des paramètres des actifs.

Depuis 2001, des auteurs comme Battochio, Menoncin, Scaillet, Milevsky ou Boulier ont développé des modèles intégrant les contraintes assurantielles (notamment le risque de mortalité), mais leur mise en œuvre pratique est délicate (choix d'une fonction d'utilité, calcul stochastique complexe).

Contexte (3)

Dans le cadre des réflexions sur la solvabilité issues de « solvabilité II », de nouveaux modèles intégrant les paramètres de solvabilité par le biais d'une contrainte sur la probabilité de ruine sont apparus. On détermine ainsi une allocation d'actifs qui contrôle la probabilité de ruine de l'assureur ou en d'autres termes la capacité de faire face à ses engagements.

L'objectif de ce travail est de proposer une démarche de détermination de l'allocation stratégique spécifique des régimes de rentes intégrant les particularités de l'assurance, sans nécessité de fixer à priori la probabilité de ruine (qui est simplement contrôlée ex post).

SOMMAIRE

Présentation du portefeuille de rentiers (1)

→ Portefeuille de rentiers issu d'un contrat de prévoyance d'entreprise.

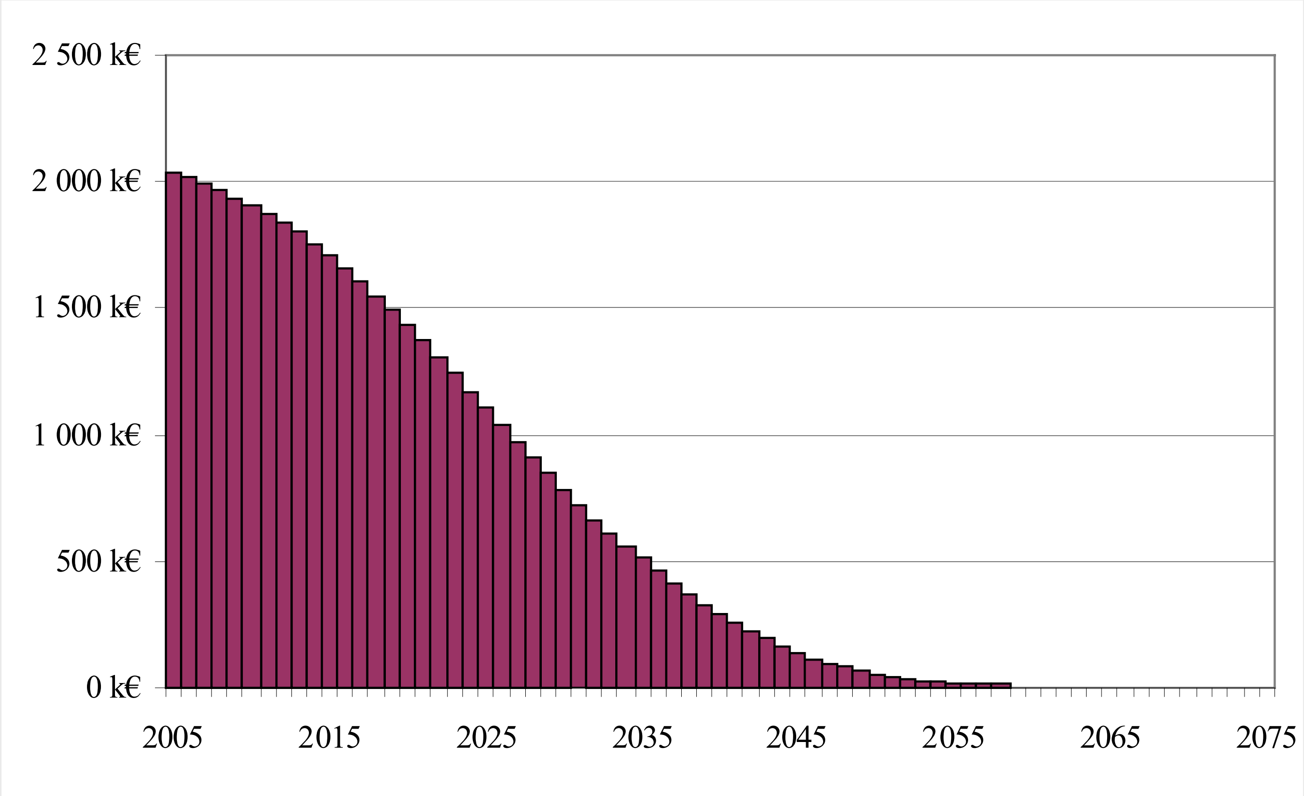
<u>Principales caractéristiques :</u>

- Nombre de rentiers = 374
- Age moyen = 64 ans
- Rente annuelle moyenne = 5,5 k€

A partir de la TV 2000 et d'un taux techniques de 2,5% :

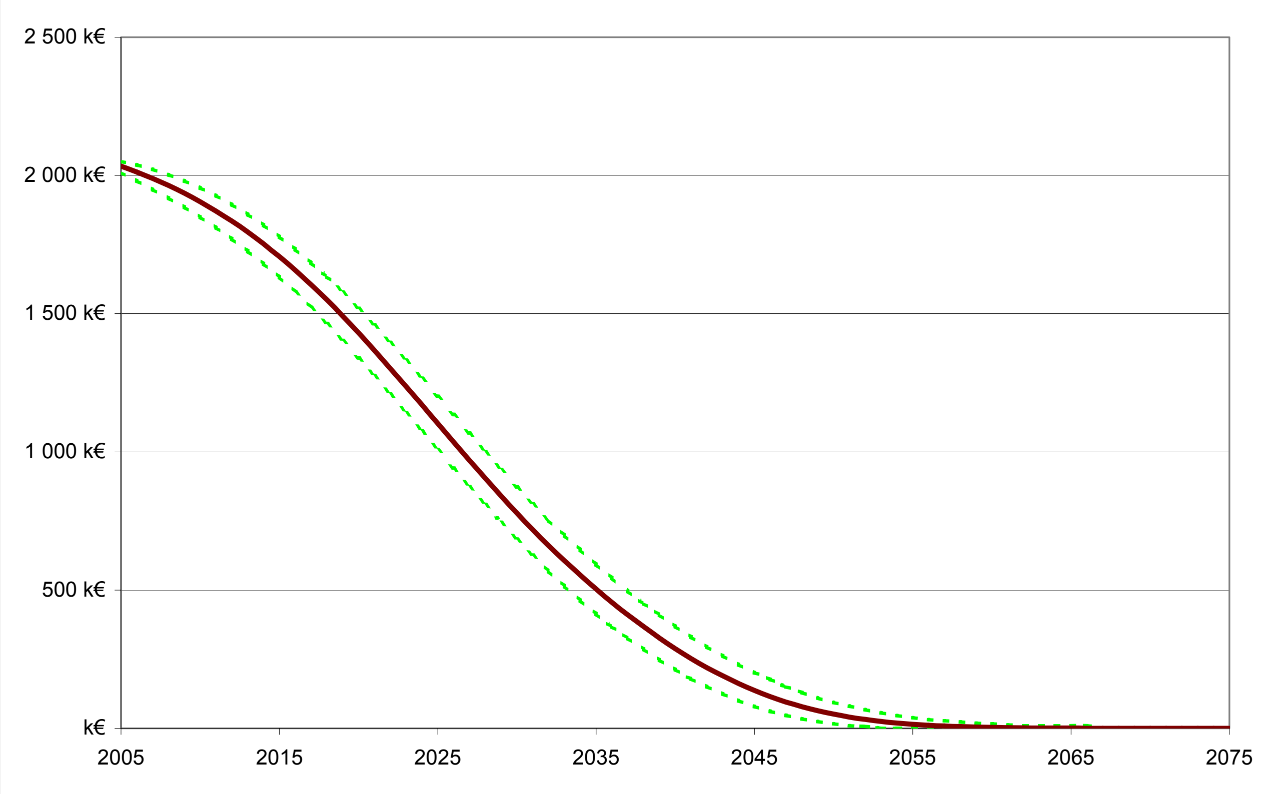
- Provision mathématique initiale = 32,8 M€
- Duration = 12,3 ans

Présentation du portefeuille de rentiers (2)



Flux de prestations (espérance mathématique)

Présentation du portefeuille de rentiers (3)



Flux de prestations – Intervalle de confiance à 95%

Problématique

Le portefeuille est exclusivement constitué de rentes en cours de service non réversibles. L'assureur ne reçoit donc plus de primes et doit gérer ses actifs « de manière optimale ».

Nous proposons d'aborder le problème du choix de portefeuille entre un actif sans risque et un actif risqué selon le critère de maximisation des « fonds propres économiques ».

PASSIF	
Réglementaire	**Economique**
Fonds propres réglementaires	Fonds propres économiques
Provisions mathématiques (taux d'actualisation = taux technique)	Provisions mathématiques économiques (taux d'actualisation = taux de rendement espéré des actifs)

Principales notations

- E_t le montant des fonds propres à la date t,
- L_t le montant des provisions mathématiques à la date t,
- A_t la valeur des placements à la date t,
- $\widetilde{F}_t$ le flux de prestation (aléatoire) qui aura lieu à la date t,
- i le taux (discret) d'escompte des provisions mathématiques,
- r le taux sans risque instantané, supposé constant,
- $\mathbf{P}$ la probabilité historique et Φ sa filtration naturelle,
- $\mathbf{J}$ l'ensemble des individus,
- $x(j)$ l'âge en 0 de l'individu j et r_j le montant de sa rente annuelle.

Modélisation du passif

En 0, on estime la suite de flux probables de sinistres que nous noterons $\left(F_t\right)_{t\geq 1}$:

$$F_t = \mathbf{E}\left[\widetilde{F}_t \mid \Phi_0\right]$$

Où :

- $\widetilde{F}_t = \sum_{j\in\mathbf{J}} r_j * \mathbf{1}_{]t;\infty[}\left(T_{x(j)}\right)$
- $T_{x(j)}$ désigne la date de décès (aléatoire) de la tête d'âge $x(j)$.

Avec les notations classiques de l'assurance vie : $F_t = \sum_{j\in\mathbf{J}} r_j * \frac{l_{x(j)+t}}{l_{x(j)}}$

A partir de cette estimation, le montant initial L_0 de la provision mathématique est déterminé par :

$$L_0 = \sum_{t=1}^{\infty} F_t \left(1+i\right)^{-t}$$

Dynamique du bilan

Supposons que les prestations sont servies en début d'année, le bilan de l'assureur évolue alors selon le processus suivant :

$$\begin{cases} L_t = \displaystyle\sum_{k=t+1}^{\infty} \frac{\mathbf{E}\left[\tilde{F}_k \mid \Phi_t\right]}{(1+i)^{k-t}} \\ A_t = \left(1+\tilde{R}_t\right) A_{t-1} - \tilde{F}_t \\ E_t = A_t - L_t \end{cases}$$

où $\tilde{R}_t$ désigne le rendement aléatoire du portefeuille financier entre t-1 et t.

Modélisation de l'actif

Supposons que l'assureur puisse constituer son portefeuille financier avec deux actifs :

- Un bon de capitalisation non-risqué de prix Y_t à la date t :

$$Y_t = Y_0\, e^{rt}$$

- Un actif risqué dont le cours X suit un mouvement brownien géométrique :

$$\frac{dX_t}{X_t} = \mu\, dt + \sigma\, dB_t$$

Où B est un mouvement brownien standard sous la probabilité historique.

Cette modélisation est assez générale : on peut supposer que X est un indice.

De plus, on peut complexifier cette modélisation en introduisant des sauts (modélisés par exemple par un processus de Poisson composé).

Modélisation de l'actif

Pour simplifier les écritures, on posera, sans perte de généralité :

$$X_0 = Y_0 = 1$$

Nous ferons également l'hypothèse naturelle que le rendement espéré de l'actif risqué est plus élevé que celui du placement sans risque et que le taux maximal d'escompte des provisions (fixé réglementairement) est, par prudence, moins élevé que le rendement escompté des actifs, *i.e.*

$$\mu \geq r \geq i \geq 0$$

Modélisation des désinvestissements

Lorsque l'assureur est amené à désinvestir pour payer des prestations, nous supposerons qu'il vend les deux actifs de manière proportionnelle à leur part respective dans la valeur de marché du portefeuille. De manière pratique cela revient à considérer que l'actif est investi dans un fonds composé en 0 qui ne fera plus l'objet d'arbitrage et dont l'assureur vendra des parts pour régler les rentes.

$$A_{t+1} = \frac{\theta\, X_{t+1} + (1-\theta) Y_{t+1}}{\theta\, X_t + (1-\theta) Y_t} A_t - F_{t+1}$$

Par récurrence, il vient :

$$A_t = \left(\theta\, X_t + (1-\theta) Y_t\right) \left[A_0 - \sum_{s=1}^{t} \frac{F_s}{\theta\, X_s + (1-\theta) Y_s} \right]$$

Où θ désigne la proportion initialement investie en actif risqué.

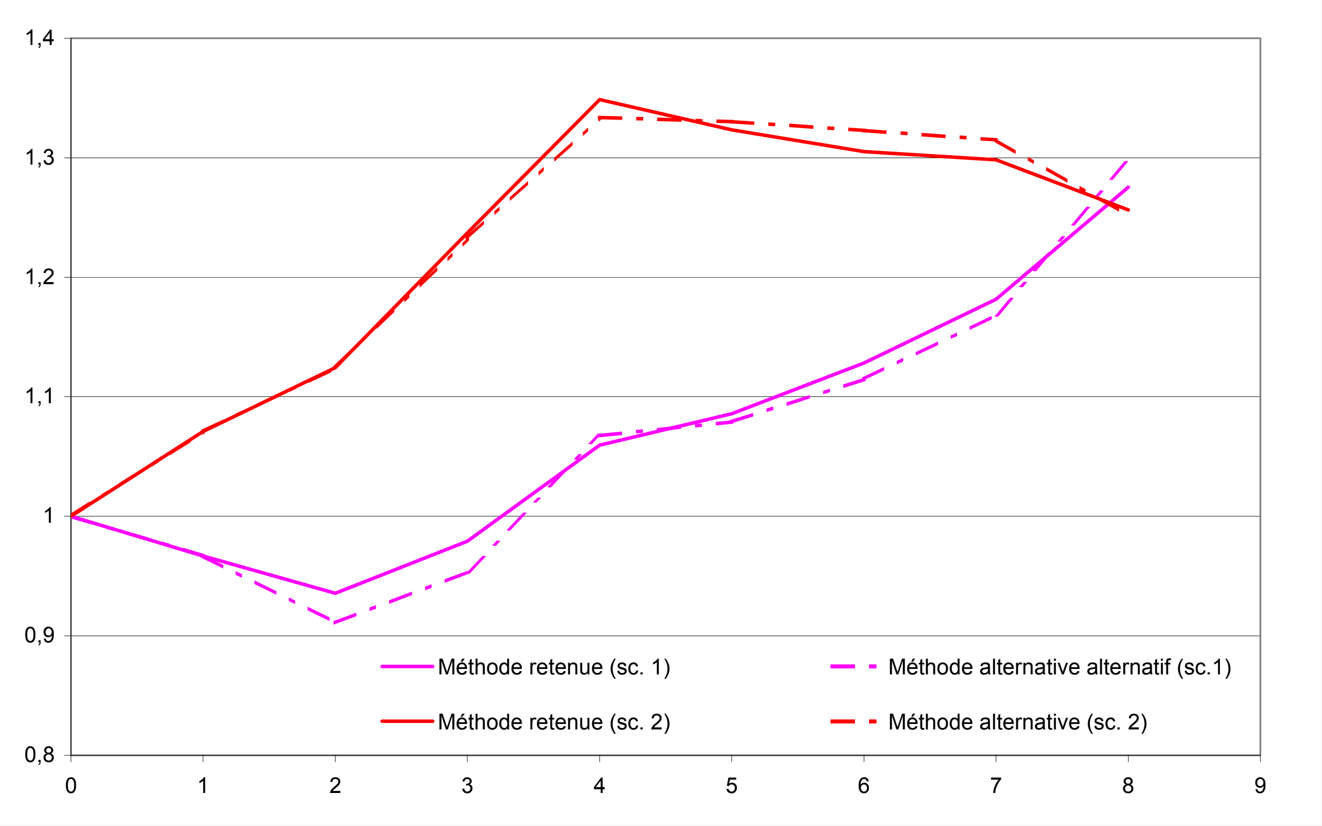
Modélisation des désinvestissements

Notons que l'approche retenue : $$A_{t+1} = \frac{\theta\, X_{t+1} + (1-\theta) Y_{t+1}}{\theta\, X_t + (1-\theta) Y_t} A_t - F_{t+1}$$

n'est pas équivalente à : $$A_{t+1} = \left(\theta \frac{X_{t+1}}{X_t} + (1-\theta) \frac{Y_{t+1}}{Y_t} \right) A_t - F_{t+1}$$

Cette approche alternative correspond à la situation dans laquelle l'assureur recompose, chaque début de période, son actif en investissant θ en actif risqué X et 1- θ en bon de capitalisation Y.

Modélisation des désinvestissements



Évolution de l'actif de l'assureur

Détermination d'un critère d'allocation d'actifs

Les dispositions réglementaires imposent à l'assureur :

- de disposer d'un niveau minimal de fonds propres proportionnel au montant de la PM,
- dans le calcul de la PM, d'escompter les flux futurs probables au taux maximum de $\mathbf{Min}\left\{60\% * \mathrm{TME} ; 3{,}5\%\right\}$.

Par ailleurs le profit de l'assureur provient :

- Du rendement financier du capital,
- Du surplus des produits financiers (lorsque le rendement financier dépasse le taux technique) générés par les provisions mathématiques.

N.B. Nous avons supposé que le contrat ne contient pas de clause de participation bénéficiaire.

Détermination d'un critère d'allocation d'actifs

Notons : $$\Lambda_\theta = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\tilde{F}_t}{\theta\, X_t + (1-\theta) Y_t}$$

Cette variable aléatoire représente le montant nécessaire en 0 pour payer toutes les rentes. $\mathbf{E}\left[\Lambda_\theta\right]$ peut s'interpréter comme la « provision mathématique économique » (taux d'actualisation = taux de rendement financier).

L'intérêt de l'assureur est de minimiser cette quantité.

Minimiser $\mathbf{E}\left[\Lambda_\theta\right]$ revient à :

- choisir l'allocation qui, en moyenne, amortira au mieux les flux de prestations futurs,
- maximiser les fonds propres économiques initiaux : $\left(E_0 + L_0 - \mathbf{E}\left[\Lambda_\theta\right]\right)$

Analyse du risque

Notons qu'il est possible d'analyser le risque global supporté par la société par le biais de Λ_θ.

La variance de Λ_θ peut en effet être proposée comme indicateur du risque global du portefeuille. Sa décomposition nous permet d'apprécier les parts respectives des risques financiers et de mortalité :

$$\mathbf{V}\left[\Lambda_\theta\right] = \mathbf{E}\left[\mathbf{V}\left(\Lambda_\theta \,|\, X\right)\right] + \mathbf{V}\left[\mathbf{E}\left(\Lambda_\theta \,|\, X\right)\right]$$

Où X est le cours de l'actif risqué.

Alors :

$\mathbf{E}\left[\mathbf{V}\left(\Lambda_\theta \,|\, X\right)\right]$ représente le risque financier,

$\mathbf{V}\left[\mathbf{E}\left(\Lambda_\theta \,|\, X\right)\right]$ représente le risque lié à la mortalité.

Analyse du risque

Les techniques de simulation permettent d'estimer ces grandeurs.

Si $\lambda_{n,m}(\theta)$ est la réalisation de résultant de la n-ième trajectoire de l'actif risqué, de la m-ième trajectoire du passif, en notant :

$$\overline{\lambda}_n(\theta) = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}\lambda_{n,m}(\theta) \qquad \overline{\overline{\lambda}}(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\overline{\lambda}_n(\theta) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}\lambda_{n,m}(\theta)$$

$$\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{M-1}\sum_{m=1}^{M}\left(\lambda_{n,m}(\theta) - \overline{\lambda}_n(\theta)\right)^2$$ est un estimateur convergent de $\mathbf{E}\left[\mathbf{V}\left(\Lambda_\theta \middle| X\right)\right]$

$$\frac{1}{N-1}\sum_{n=1}^{N}\left(\overline{\lambda}_n(\theta) - \overline{\overline{\lambda}}(\theta)\right)^2$$ est un estimateur convergent de $\mathbf{V}\left[\mathbf{E}\left(\Lambda_\theta \middle| X\right)\right]$

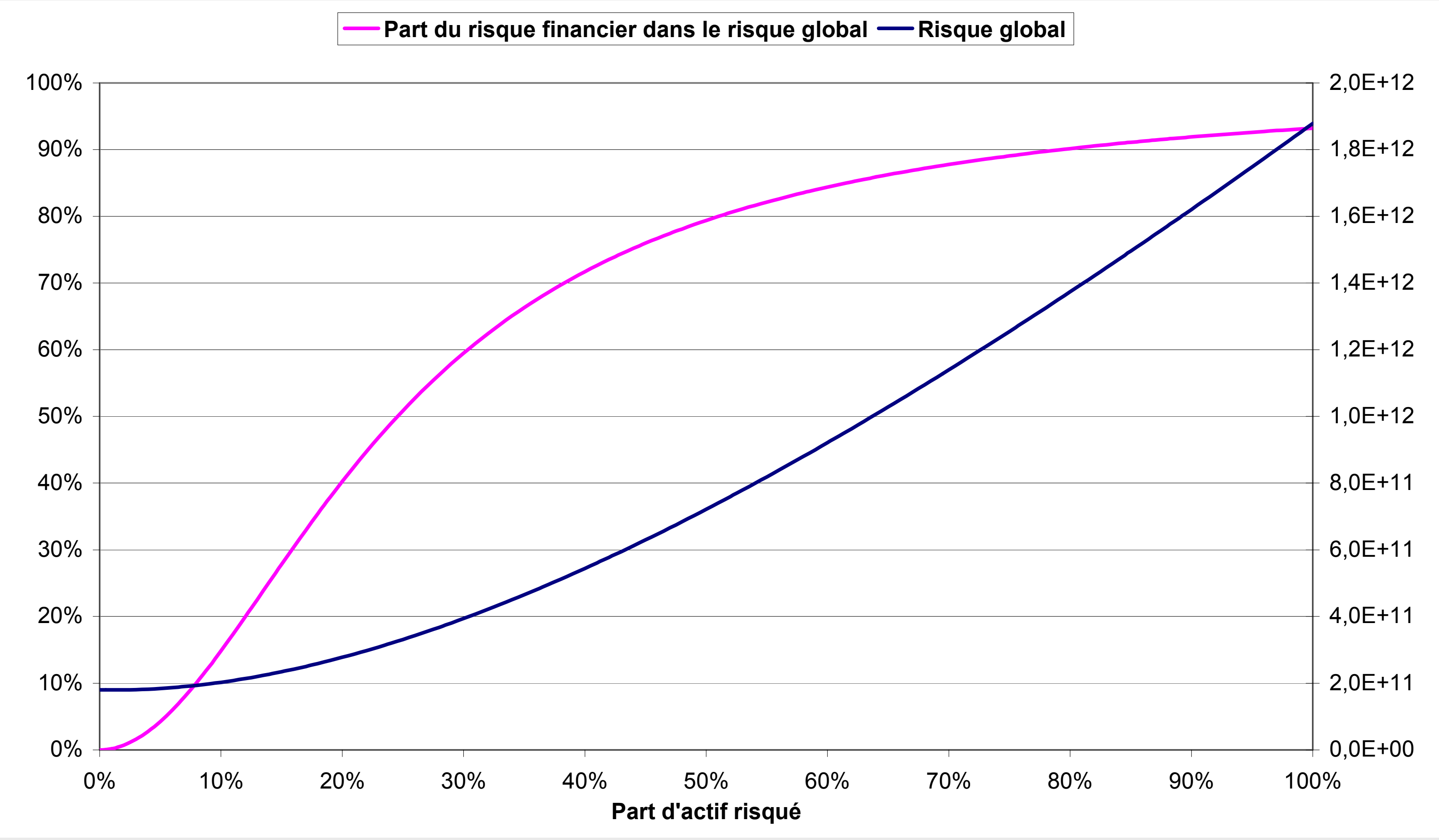
Paramètres

Pour les illustrations numériques suivantes, nous avons utilisé les paramètres suivants :

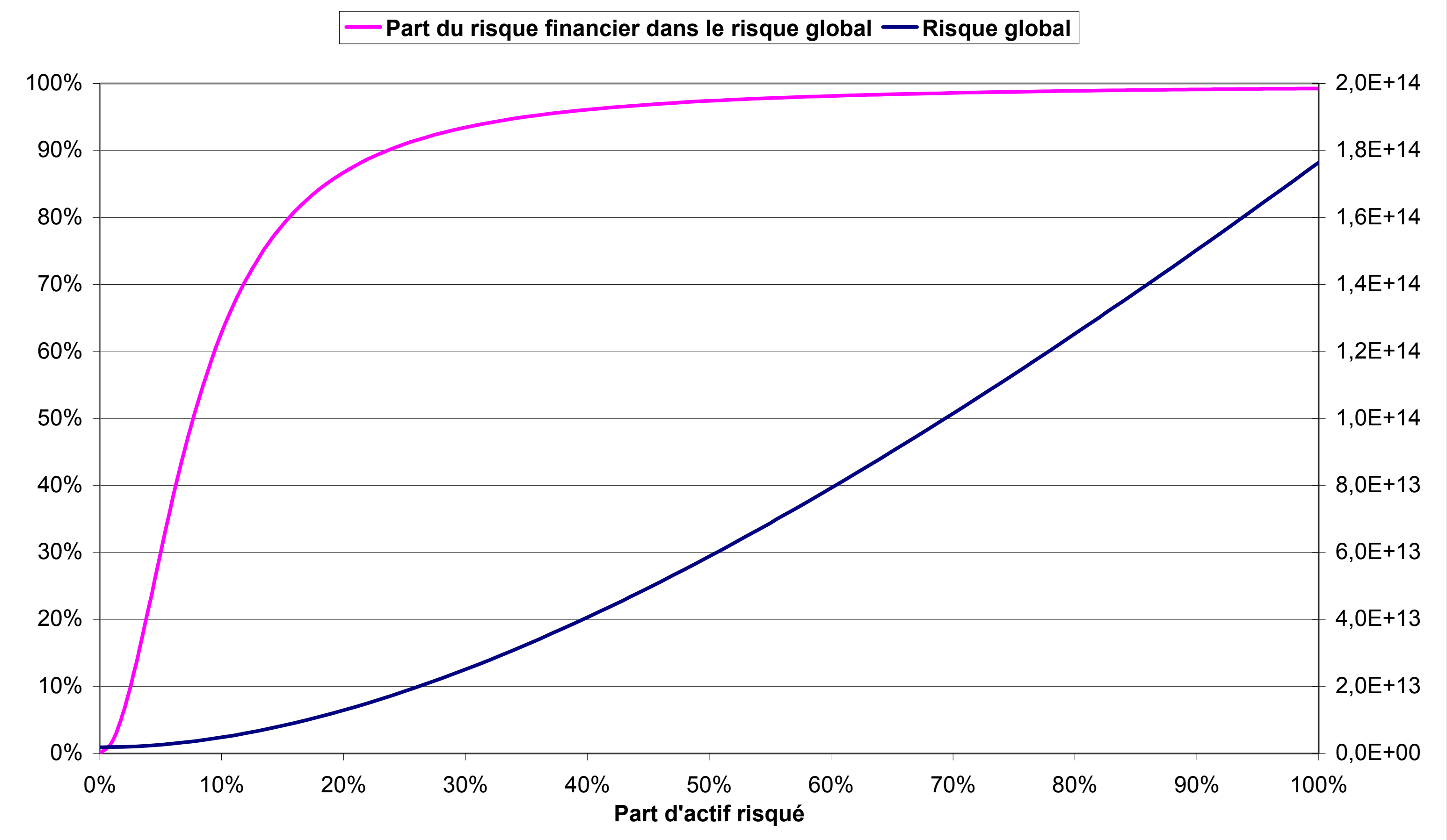
$$E_0 = 4\,\% * L_0 \qquad r = \ln\{1 + 4{,}62\,\%\} \approx 4{,}52\,\%$$

$$\sigma = 25\,\% \qquad \mu = \ln(1 + 6\,\%)$$

Étude du risque



Étude du risque – rentiers 10 fois plus nombreux



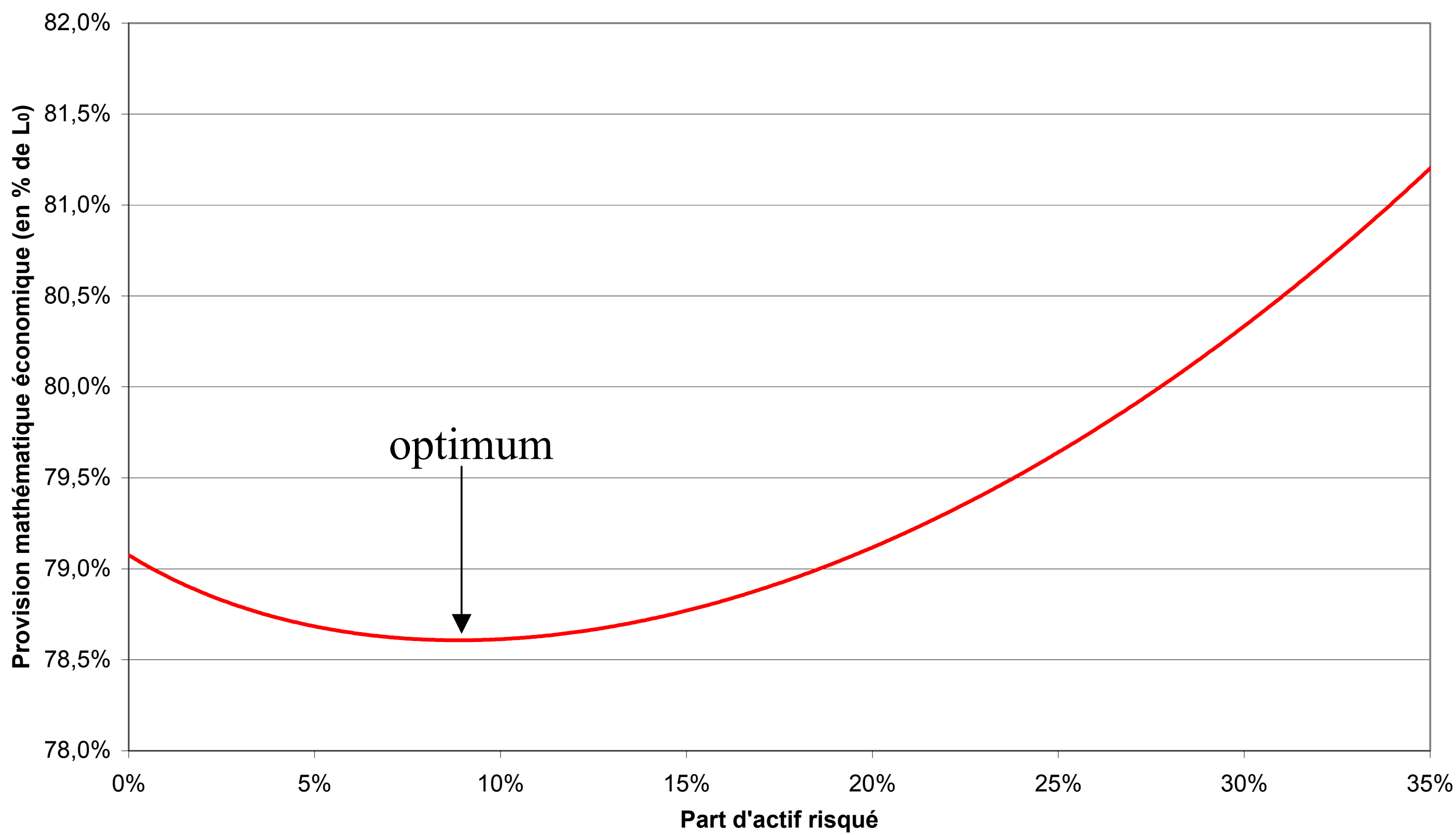
Optimisation des fonds propres économiques

Considérons le programme d'optimisation suivant : $\begin{cases} \mathbf{Inf}\ \mathbf{E}\left[\Lambda_\theta\right] \\ \theta \in \left[0;1\right] \end{cases}$

Les techniques de simulation permettent de résoudre ce problème :

Il suffit pour cela de générer un grand nombre de trajectoires de l'actif et du passif et d'estimer $\mathbf{E}\left[\Lambda_\theta\right]$ pour chaque $\theta \in \left[0;1\right]$ grâce à la moyenne empirique des réalisations.

Optimisation des fonds propres économiques



Optimisation des fonds propres économiques

Dans notre cas, un optimum est atteint pour θ = 8,85%.

La mise en œuvre de ce critère est aisée lorsqu'on intègre le risque démographique, en supposant que le risque de mortalité et le risque financier sont indépendants. En effet :

$$\mathbf{E}\left[\Lambda_\theta\right] = \mathbf{E}\left[\sum_{t=1}^{\infty} \frac{\tilde{F}_t}{\theta\, X_t + (1-\theta) Y_t}\right] = \sum_{t=1}^{\infty} \mathbf{E}\left[\frac{1}{\theta\, X_t + (1-\theta) Y_t}\right] * \mathbf{E}\left[\tilde{F}_t\right] = \sum_{t=1}^{\infty} F_t * \mathbf{E}\left[\frac{1}{\theta\, X_t + (1-\theta) Y_t}\right]$$

Lorsque $\left(F_t\right)_{t\geq 1}$ a été déterminé, il ne s'agit plus que de simuler des trajectoires de l'actif $\rightarrow$ gain important de temps de simulation.

Approche alternative : probabilité de ruine

Approche classique en assurance : choisir l'allocation d'actifs qui contrôle au niveau désiré la probabilité de ruine du régime.

Notons τ l'instant de ruine de l'assureur : $\tau = \mathbf{Inf}\left\{ t \in \mathbf{N} \,\middle|\, E_t < 0 \right\}$

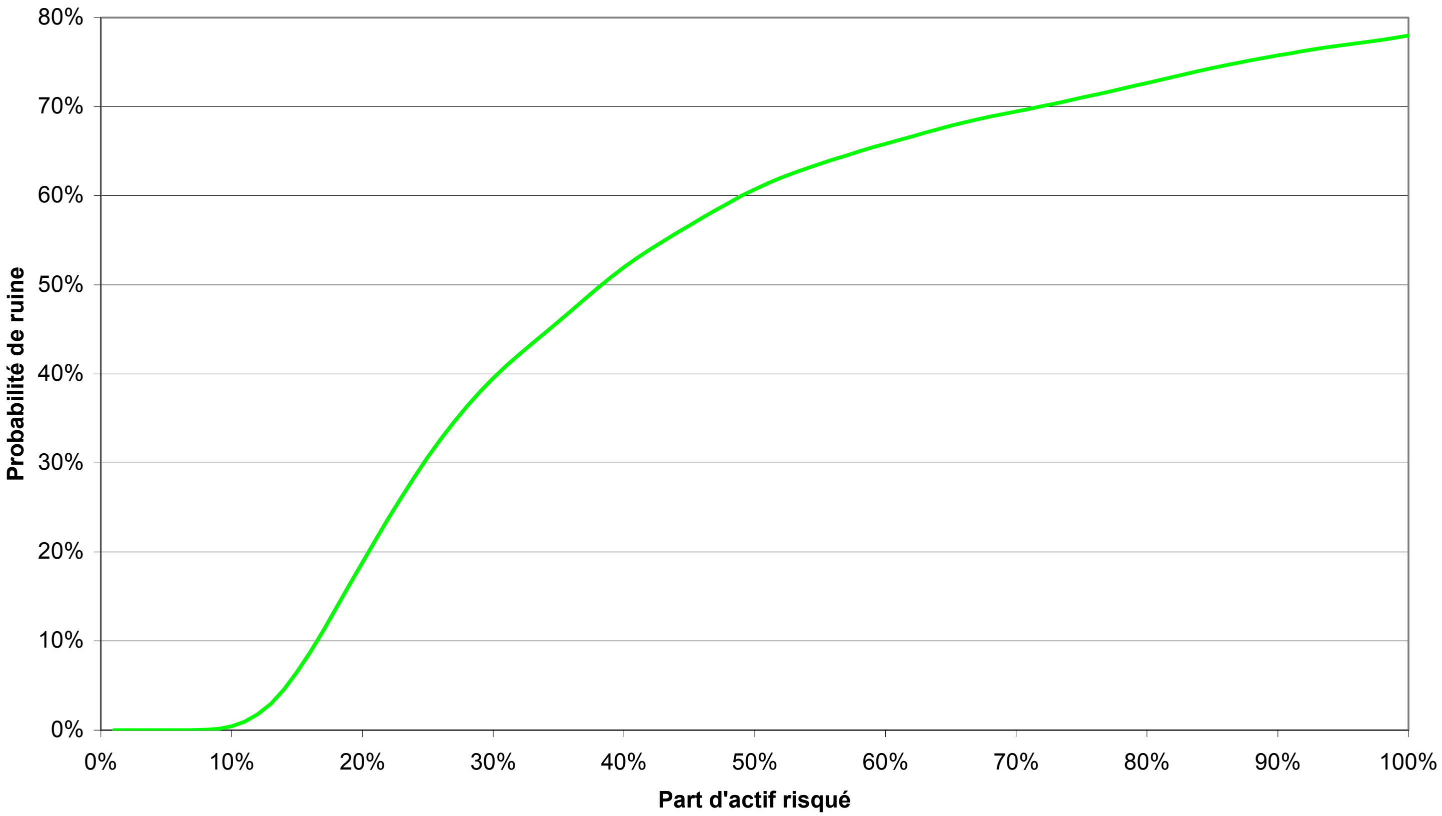
Le profit espéré provenant du régime de rentes étant croissant avec la part investie en actif risqué, il s'agit de résoudre :

$$\mathbf{Sup}\left\{ \theta \in [0;1] \,\middle|\, \mathbf{P}_\theta(\tau < \infty) \leq \pi_{\max} \right\}$$

Où $\pi_{\max}$ désigne la probabilité de ruine maximale que l'assureur peut accepter.

N.B. L'assureur peut aussi s'intéresser à la probabilité de ne pas satisfaire l'exigence de marge de solvabilité, il s'agira dans le programme ci-dessus de remplacer τ par : $\tau' = \mathbf{Inf}\left\{ t \in \mathbf{N} \,\middle|\, E_t < \mathbf{4\%} * L_t \right\}$

Probabilité de ruine



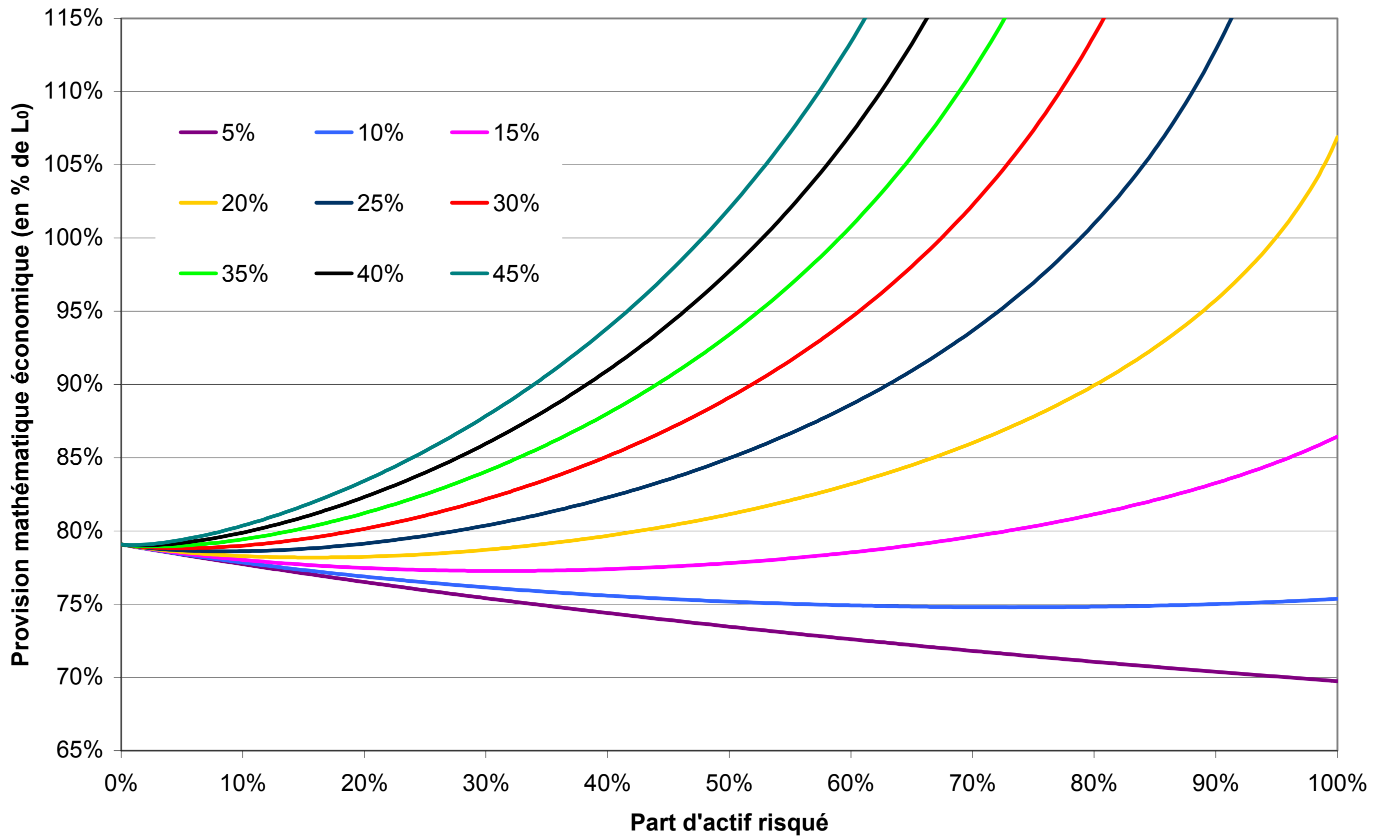
Comparaison des résultats

	θ	Probabilité de ruine	Part du risque financier dans le risque global	Part du risque financier dans le risque global (portefeuille x 10)
Maximisation des fonds propres économiques	8,85%	0,30%	12%	53%
Probabilité de ruine < 1%	10,47%	1%	16%	65%

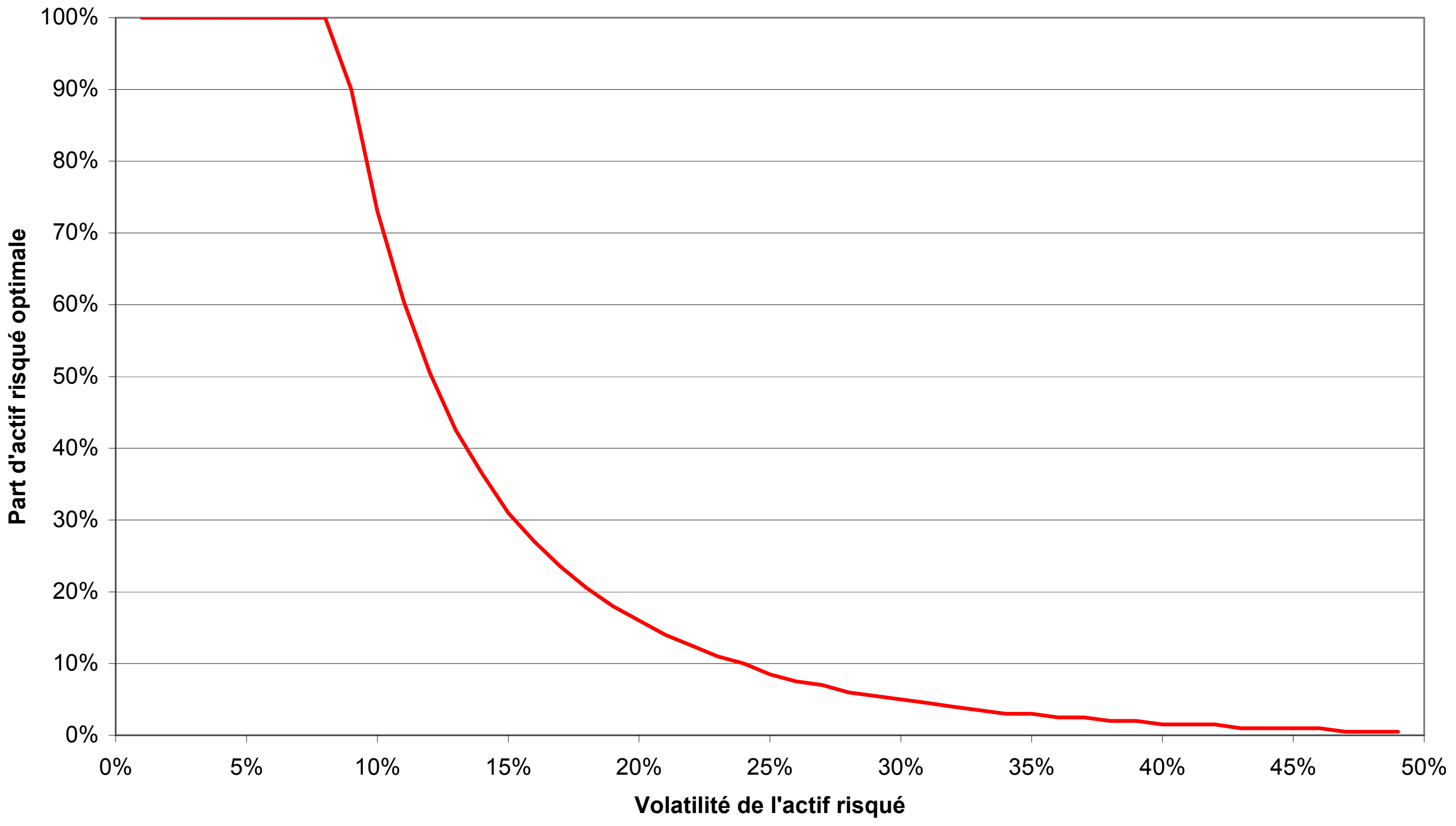
Dans notre cas, l'allocation déterminée par le critère de maximisation des fonds propres économiques aboutit à une allocation d'actifs prudente.

Sur un petit portefeuille, le risque technique reste important.

Sensibilité à la volatilité de l'actif risqué (1)



Sensibilité à la volatilité de l'actif risqué (2)



Revalorisation des rentes

Supposons que les rentes sont revalorisées dans la mesure de l'inflation. Notons I_t l'indice des prix en t.

En modélisant le taux instantané d'inflation par un processus d'Ornstein-Ulhenbeck on a :

$$I_{t+h} = I_t * \mathbf{exp} \int_t^{t+h} \left(j + x_s\right) ds$$

Avec :

$$dx_s = -a\, x_s\, ds + \sigma_I\, dB_s$$

x est un processus gaussien, donc on peut calculer :

$$\mathbf{E}\left[\frac{I_{t+\delta}}{I_t} \,\middle|\, \Phi_t\right] = \mathbf{exp}\left\{ j\delta + x_t \frac{1 - e^{-a\delta}}{a} + \frac{\sigma_I^2}{2a^2}\left(\delta - \frac{1 - e^{-a\delta}}{a} - \frac{\left(1 - e^{-a\delta}\right)^2}{2a}\right)\right\}$$

Pour les illustrations numériques, on fait l'hypothèse d'indépendance entre les évolutions des prix et du cours de l'actif risqué X (hypothèse simplificatrice que l'on peut aisément relâcher).

Revalorisation des rentes

La prise en compte du processus de revalorisation peut être vu sous deux angles:

Approche n°1 : le taux d'actualisation réglementaire est contraint à un niveau bas par rapport aux rendements financiers observés sur le marché, de manière à intégrer une revalorisation implicite (contrainte de 60% du TME). Alors :

Taux de revalorisation (maximum) = taux de rendement réalisé – taux d'actualisation

Approche n°2 : on intègre explicitement dans les provisions l'engagement de revaloriser les rentes et on actualise au taux du marché.

Revalorisation des rentes – 1ère approche

Considérant la première approche, il est naturel d'observer la distribution du premier instant auquel le rendement des actifs ne suffit pas à compenser l'inflation et l'actualisation. En d'autres termes :

$$\tau = \mathbf{Inf}\left\{ t \geq 1 \,\middle|\, \frac{I_t}{\theta X_t + (1-\theta) Y_t} > \frac{1}{(1+i)^t} \right\}$$

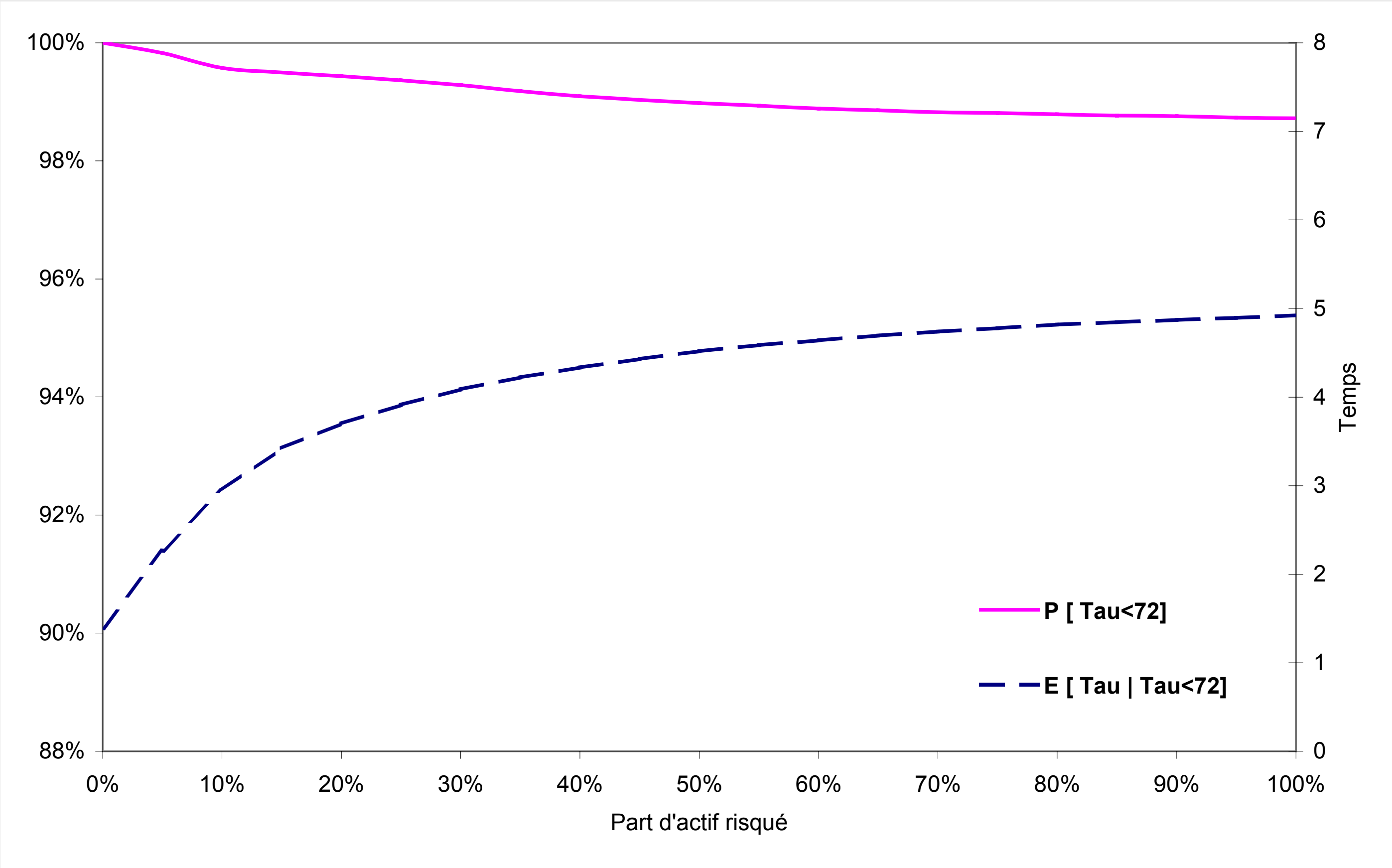
Lorsque τ est inférieur à la durée du régime, l'assureur doit puiser dans ses fonds propres pour payer la revalorisation des rentes.

N.B. Ce critère est différent de la probabilité de ruine précédemment utilisée.

Avec les paramètres d'inflation estimés dans Fargeon & Nissan [2003] :

$j = 0{,}0279 \qquad a = 0{,}2631 \qquad \sigma_I = 0{,}0056 \qquad x_0 = 0$

Revalorisation des rentes – 1ère approche



Revalorisation des rentes – 1ère approche

La probabilité de faire appel aux fonds propres pour financer la revalorisation est très proche de 1 quelle que soit l'allocation d'actifs choisie. En effet, avec les paramètres choisis :

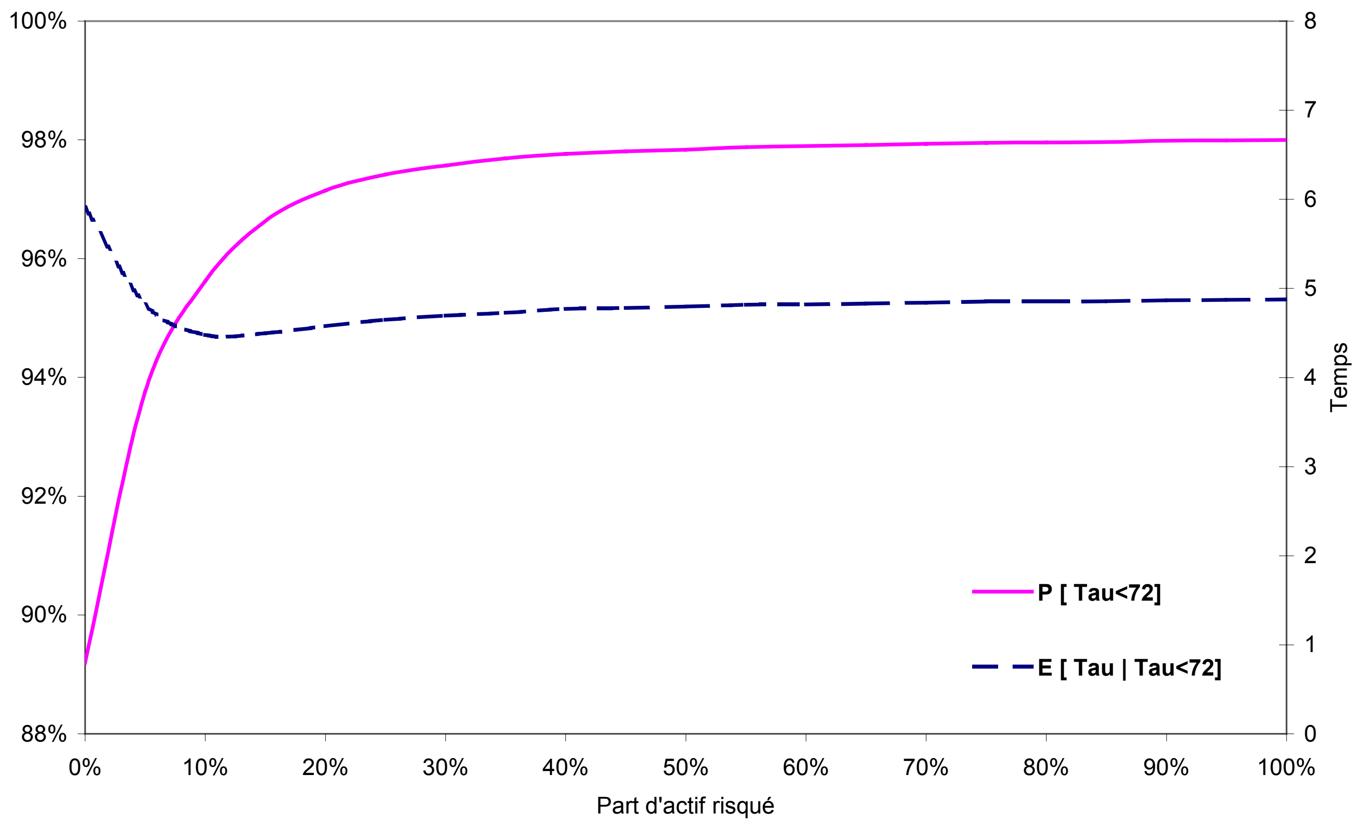
$$e^{j-r} = 0{,}983 > 0{,}976 = (1+i)^{-1}$$

Le taux d'actualisation est donc « trop élevé » (compte-tenu des rendements des actifs et du niveau de l'augmentation moyenne des prix) pour utiliser cette approche.

Même avec un taux moyen d'inflation égal au rendement espéré de l'actif sans risque corrigé de l'actualisation : $j = r - \ln(1+i)$

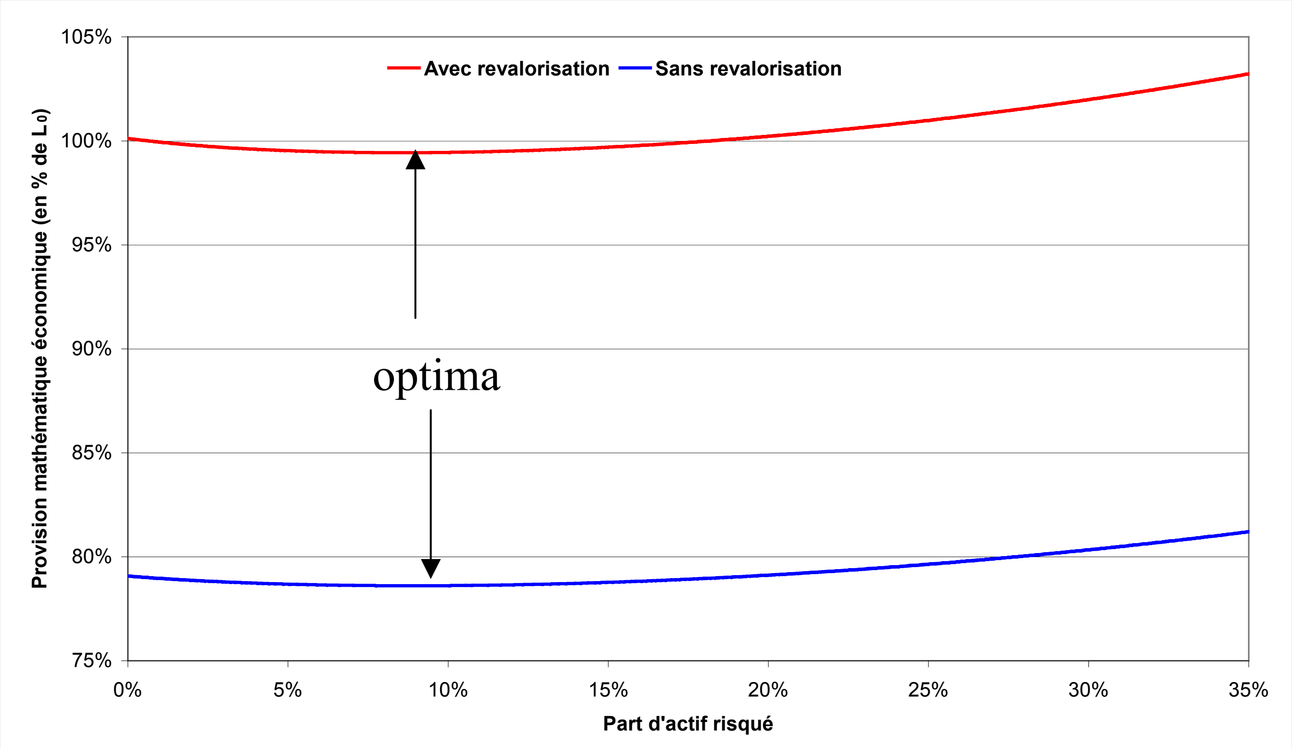
La probabilité de faire appel aux fonds propres est supérieure à 88% quelle que soit l'allocation d'actifs choisie.

Revalorisation des rentes – 1ère approche



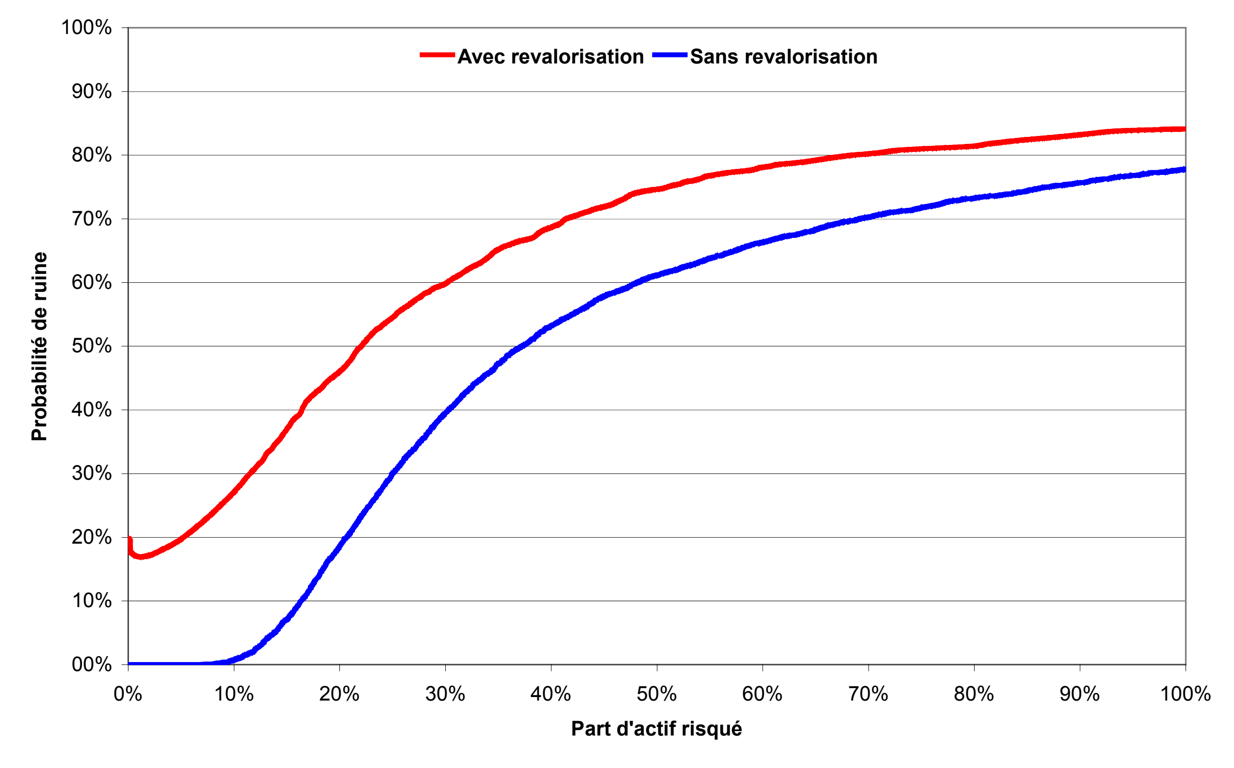
Revalorisation des rentes – 1ère approche

L'allocation optimale déterminée par la maximisation des fonds propres économiques θ=8,55% est très légèrement inférieure à celle obtenue sans revalorisation θ=8,85% :



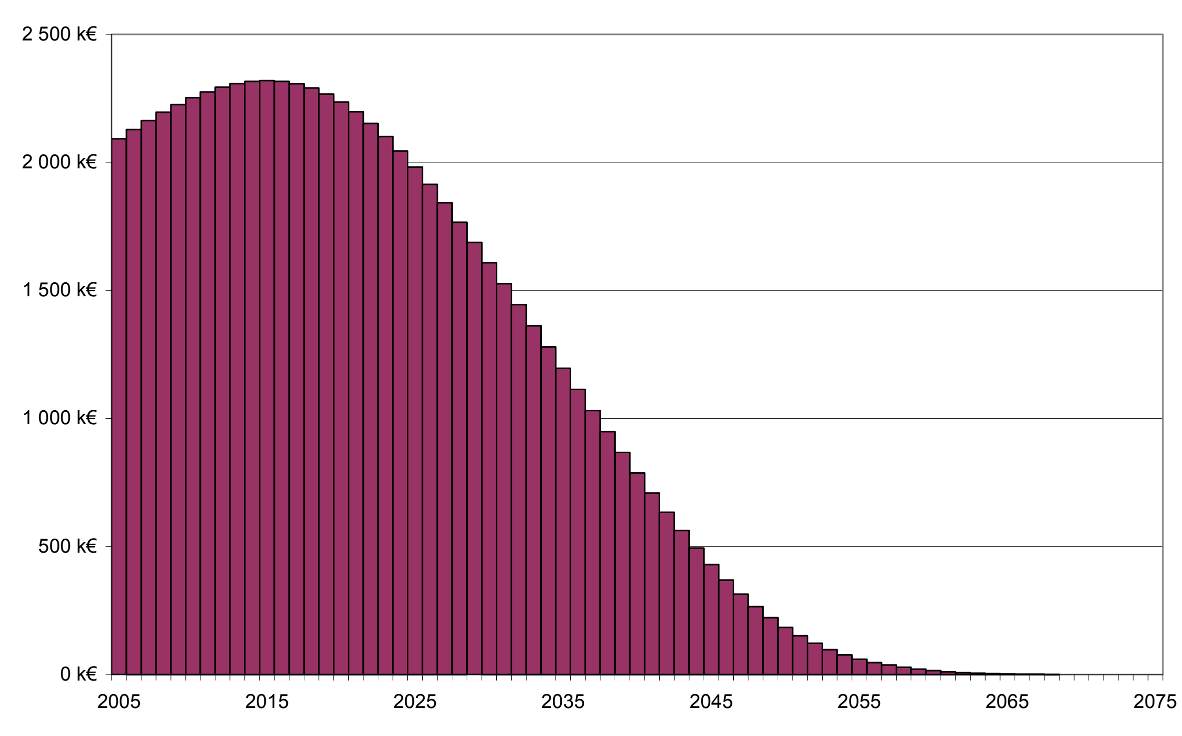
Revalorisation des rentes – 1ère approche

En revanche, la probabilité de ruine est largement supérieure à celle obtenue en l'absence de revalorisation :



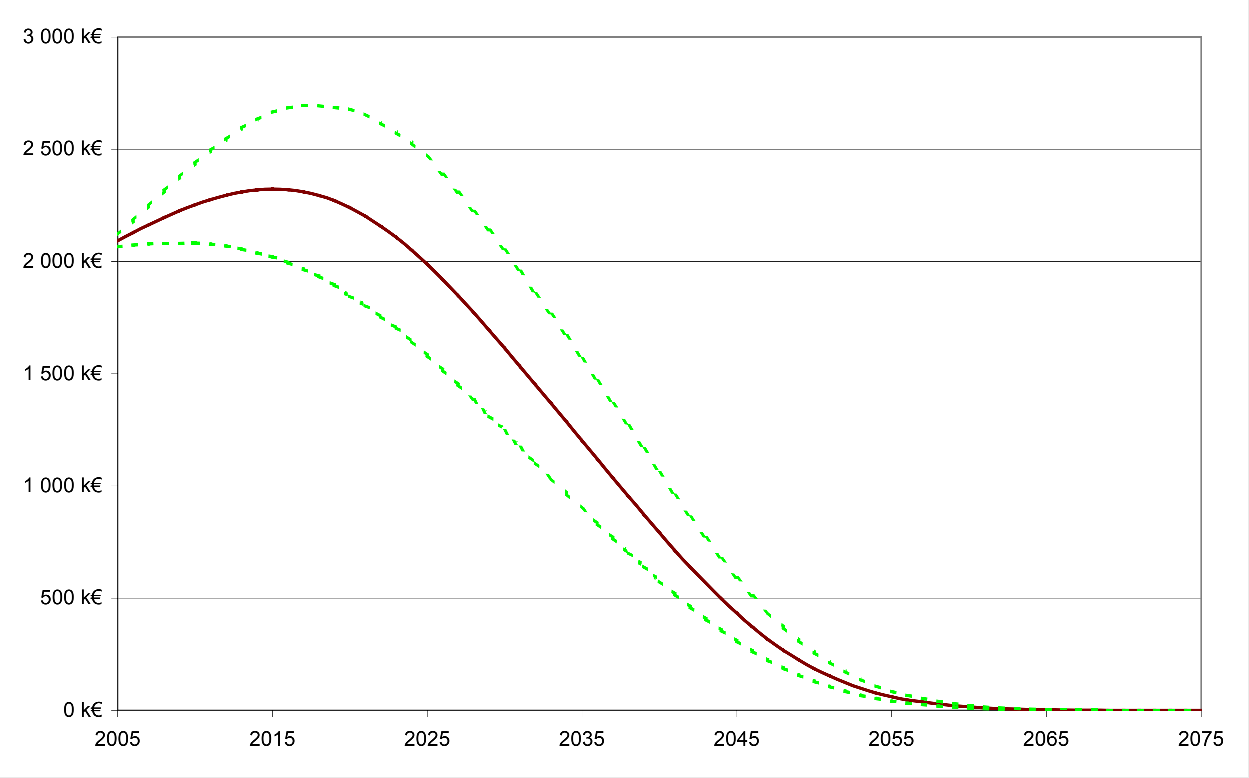
Revalorisation des rentes – 2ème approche

Selon la deuxième approche, le montant des flux de prestation futurs avec revalorisation devient :



Revalorisation des rentes – 2ème approche

Cette suite de flux est très volatile : le risque lié à l'inflation ne se mutualise pas.



<u>Flux de prestations revalorisées – Intervalle de confiance à 95%</u>

Revalorisation des rentes – 2ème approche

La prise en compte de la revalorisation a pour conséquences :

- d'augmenter le montant de la provision mathématique initiale,

  → augmentation du niveau de capital requis (4% des PM)

- d'augmenter la duration du passif.

Cette approche apparaît donc comme plus prudente que la 1ère.

L'augmentation de la duration du passif a un impact direct sur l'allocation d'actifs.

N.B. L'espérance mathématique présentée sur le graphe précédent intègre un aléa démographique (qui se mutualise) et un aléa économique (qui ne se mutualise pas); la volatilité du passif augmente donc brutalement même pour un portefeuille important.

Revalorisation des rentes – 2ème approche

L'augmentation du risque lié à la nature aléatoire du taux de revalorisation peut être observé grâce à la décomposition du risque précédemment proposée :

$$\Lambda_\theta^I = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\widetilde{F}_t * I_t}{\theta\, X_t + (1-\theta)\, Y_t}$$

En prenant la variance de Λ_θ^I comme indicateur du risque global du portefeuille, on a :

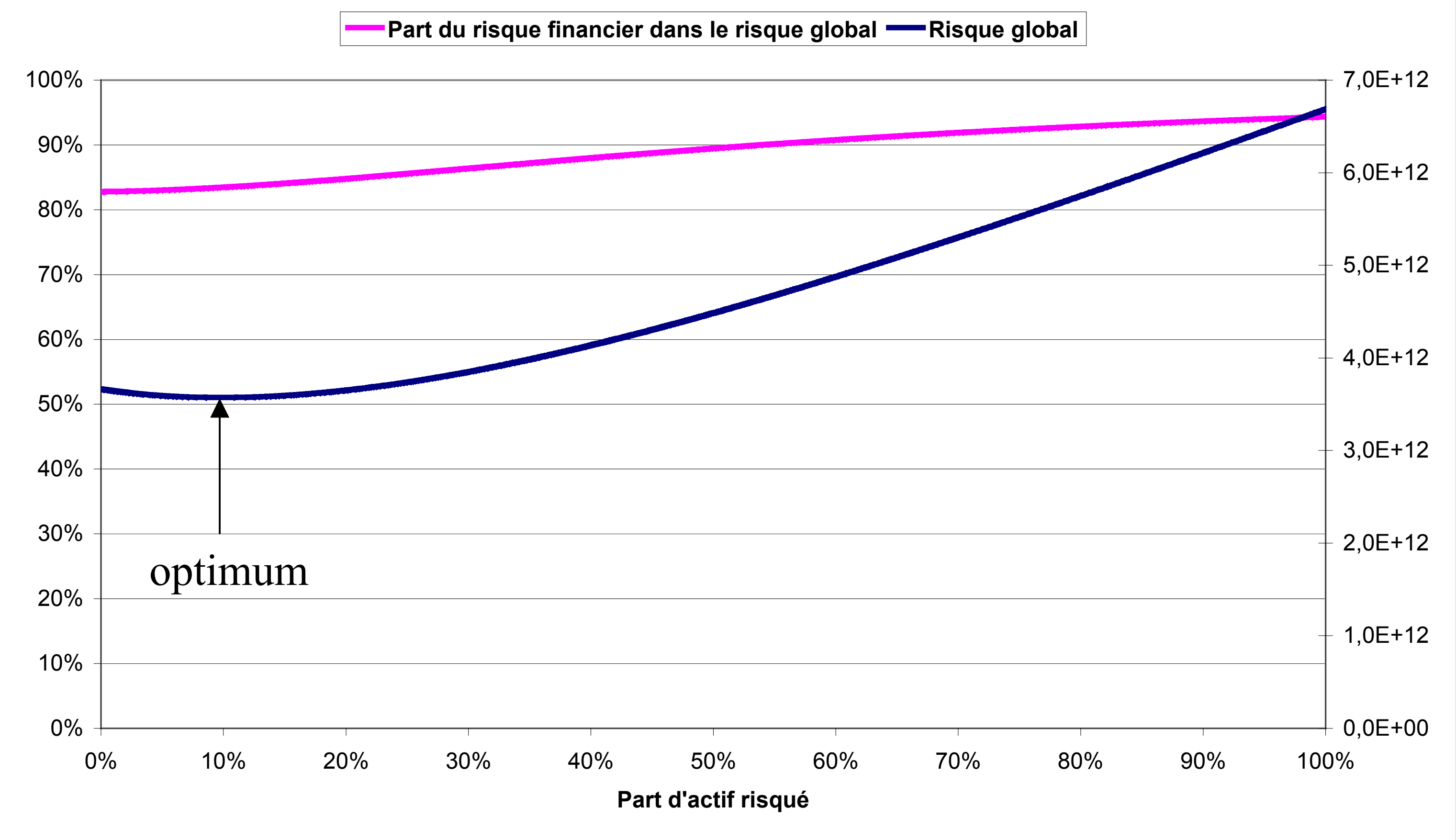
$$\mathbf{V}\left[\Lambda_\theta^I\right] = \mathbf{E}\left[\mathbf{V}\left(\Lambda_\theta^I \,|\, X, I\right)\right] + \mathbf{V}\left[\mathbf{E}\left(\Lambda_\theta^I \,|\, X, I\right)\right]$$

Où X est le cours de l'actif risqué et I l'indice de l'inflation.

Alors :

$\mathbf{E}\left[\mathbf{V}\left(\Lambda_\theta^I \,|\, X, I\right)\right]$ représente le risque financier (actifs + inflation),
$\mathbf{V}\left[\mathbf{E}\left(\Lambda_\theta^I \,|\, X, I\right)\right]$ représente le risque lié à la mortalité.

Revalorisation des rentes – 2ème approche



Revalorisation des rentes – 2ème approche

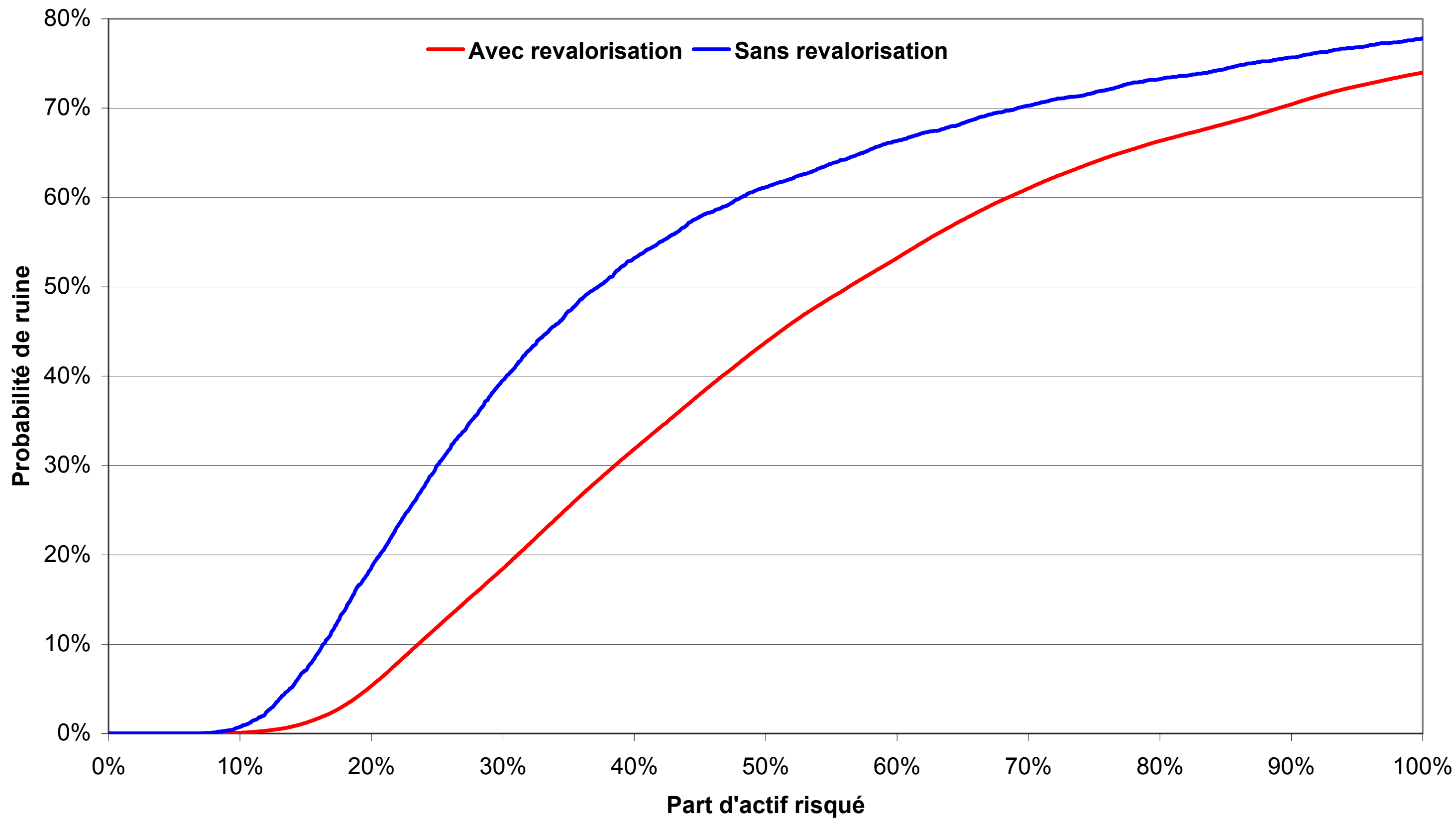
La part du risque financier dans le risque global est supérieure à 80% quelle que soit le choix de portefeuille effectué.

Par ailleurs, le risque global connaît un minimum pour θ dans [0,1]. Cela s'explique par le fait que l'assureur est obligé d'investir en actif risqué s'il veut constituer un portefeuille dont le rendement espéré sera supérieur à l'évolution espérée de l'inflation couplée de l'actualisation au taux technique :

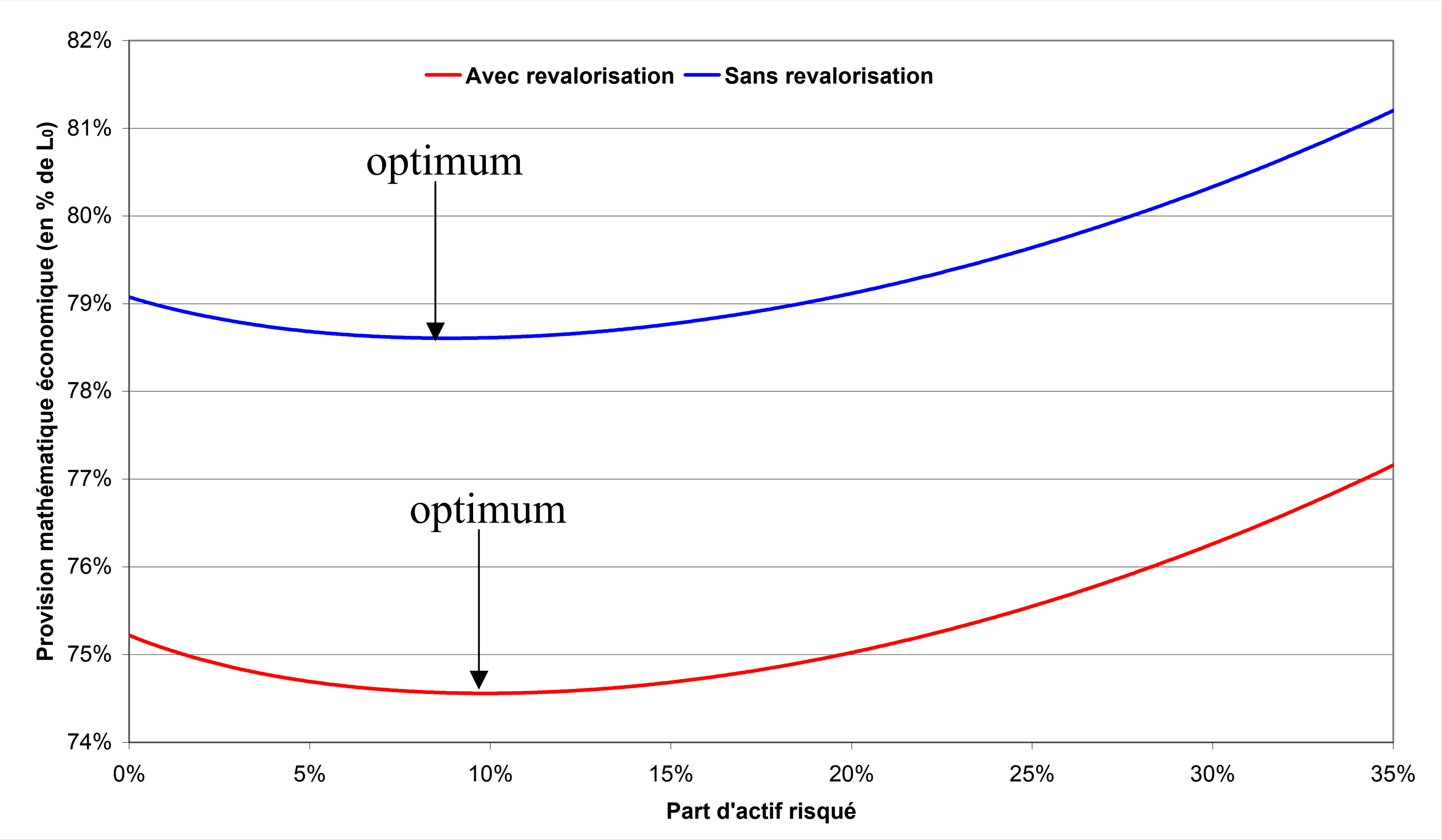
$$e^{j-r} = 0{,}983 > 0{,}976 = (1+i)^{-1}$$

L'assureur devra donc investir 9,75% de son actif initial en actif risqué pour minimiser le risque mesuré par la variance de la « provision économique ».

Revalorisation des rentes – probabilité de ruine

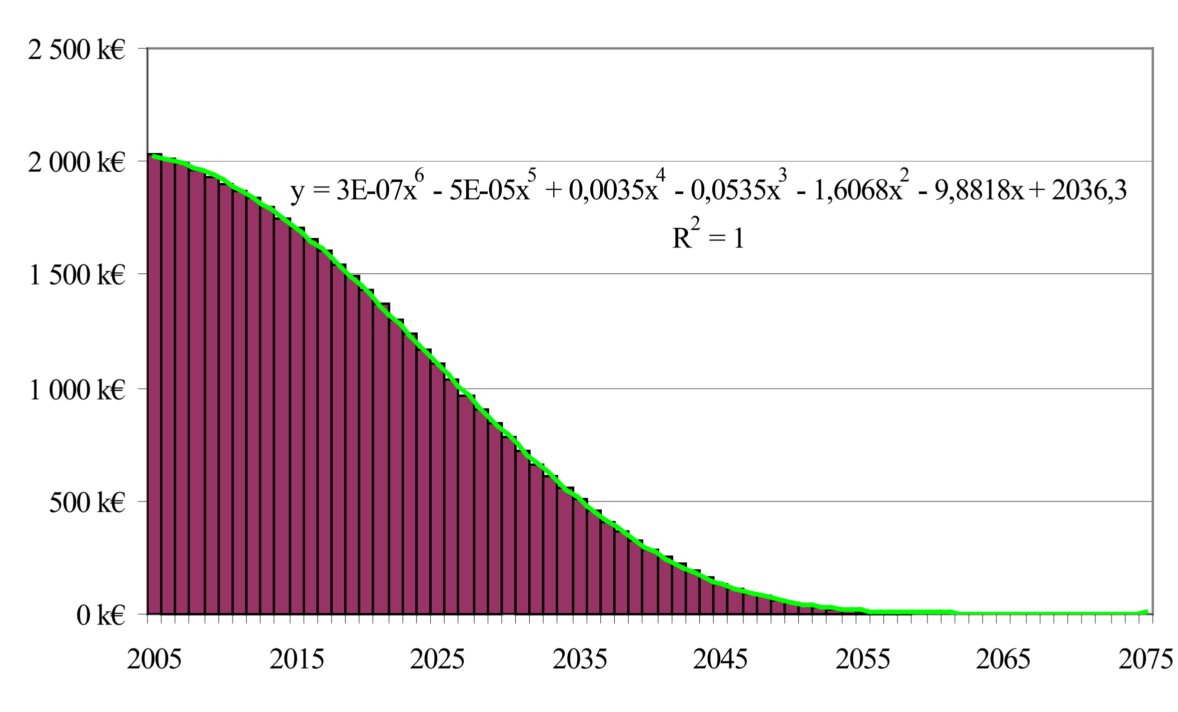


Revalorisation des rentes – Fonds propres économiques



Approche en temps continu

L'approximation de la suite de flux prestations par un polynôme peut permettre une étude en temps continu du critère de maximisation des « fonds propres économiques » :



Approche en temps continu (ébauche)

L'allocation stratégique est alors donné par le programme d'optimisation suivant :

$$\theta = \mathbf{ArgMin}\ \mathbf{E}\left[\int \frac{f_u * I_u}{\theta X_t + (1-\theta) Y_t}\, du\right]$$

Où f_u est le flux (continu) de prestations versé à l'instant u.

On remarquera également que l'actif du régime suit le dynamique :

$$\frac{dA_t}{A_t} = \frac{d\tilde{R}_t}{\tilde{R}_t} - \frac{dF_t^I}{A_t}$$

Où $\tilde{R}_t$ désigne le rendement aléatoire du portefeuille financier à l'instant t.

Conclusion

Le critère d'allocation d'actifs « fonds propres économiques » proposé :

- est aisé à mettre en œuvre,
- est adaptable à des portefeuilles financiers complexes grâce à l'apport des techniques de Monte-Carlo,
- ne nécessite pas de paramètre externe dont la détermination n'est pas évidente (ex: le niveau de la probabilité de ruine : 0,1%, 1%, 5% ?),
- est robuste aux diverses variantes de la modélisation.

Enfin, très sensible à la variabilité des actifs, l'allocation déterminée par le critère de maximisation des fonds propres économiques nécessite une bonne connaissance de la volatilité des actifs financiers.

Perspectives d'évolution du modèle

Les développements suivants sont en cours :

- Intégrer la dépendance entre l'évolution de l'inflation et celle de l'actif risqué (directement dans le modèle existant ou via une modélisation ad hoc « à la Wilkie »).
- Utiliser le critère de maximisation des fonds propres économiques comme indicateur pour des réallocations.
- Adapter le critère de maximisation des « fonds propres économiques » à un régime en phase de constitution (avec des actifs).
- Intégrer une analyse du surplus au terme pour mesurer la « prime de risque » associée à l'activité d'assurance.

Quelques références

BATTOCHIO P., MENONCIN F., SCAILLET O. [2004] « Optimal asset allocation for pension funds under mortality risk during the accumulation and decumulation phases », forthcoming in *Annals of Operations Research*.

BOYLE P., WINDCLIFF H. [2004] « The 1/n pension investment puzzle », soumis au *North American Actuarial Journal*.

FARGEON L., NISSAN K. [2003] « Recherche d'un modèle actuariel d'analyse dynamique de la solvabilité d'un portefeuille de rentes viagères », Mémoire d'actuariat ENSAE.

JACQUEMIN J., PLANCHET F. [2003] « Méthodes de simulation en assurance», *Bulletin Français d'Actuariat*, Vol. 6, n°11.

LAMBERTON D., LAPEYRE B. [1997] *Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance*, 2nde édition. Paris : Ellispes.

MARKOWITZ H. [1952] « Portfolio Selection », *Journal of Finance*, Vol.7, n°1.

PLANCHET F., THEROND P. [2004] « Simulation de trajectoires de processus continus », Working Paper ISFA.

PLANCHET F., THEROND P. [2004] « Allocation d'actifs d'un régime de rentes en cours de service », document de travail JWA.

Contacts

Frédéric PLANCHET
Actuaire Associé
fplanchet@jwa.fr

Pierre THEROND
Actuaire
ptherond@jwa.fr

JWA – Actuaires

Bureau de Paris
9, rue Beaujon
75008 Paris
01-45-72-63-00

Bureau de Lyon
18, avenue Félix Faure
69007 Lyon
04-37-37-80-90