

<http://www.therond.fr>

# *Market consistency* : fondements et limites

Pierre Théron  
pierre@therond.fr

Galea & Associés | ISFA - Université Lyon 1

18 octobre 2013

# Introduction

La notion de *Market consistency* devient un *standard* dans les problématiques d'évaluation de portefeuilles et d'entreprises d'assurance. Elle intervient même comme référence de base dans le référentiel prudentiel Solvabilité 2.

Si elle apparaît incontournable, il apparaît néanmoins opportun de s'attarder sur les principes sous-jacents sur lesquels elle repose et leurs éventuelles limites eu égard aux problématiques pour lesquelles elle est employée.

# Sommaire

- 1 Motivation
- 2 Les origines
- 3 Confrontation à l'assurance
- 4 En guise de conclusion

# Sommaire

- 1 Motivation
  - Normes de valorisation en assurance
  - Travaux académiques
- 2 Les origines
- 3 Confrontation à l'assurance
- 4 En guise de conclusion

## 1.1. Normes de valorisation en assurance

Les récentes normes de valorisation en assurance font toutes recours à la notion de *Market Consistence* :

- *Embedded Value*
- Normes IFRS (Shadow accounting, *Fair Value*, *Current Fulfilment Value*)
- Solvabilité 2

## 1.1. Normes de valorisation en assurance

Morceaux choisis :

- *Market Consistent Embedded Value* :  
*MCEV represents the present value of shareholders interests in the earnings distributable from assets allocated to the covered business after sufficient allowance for the aggregate risks in the covered business. The allowance for risk should be calibrated to match the market price for risk where reliably observable.*
- Solvabilité 2 : (cf. Article 76 de la Directive)  
*Le calcul des provisions techniques utilise, en étant cohérent avec elles, les informations fournies par les marchés financiers et les données généralement disponibles sur les risques de souscription (cohérence avec le marché).*

## 1.2. Travaux académiques

Depuis le milieu des années 90, les travaux académiques ont été nombreux pour chercher de déterminer la *juste valeur* d'un contrat d'assurance vie (avec clauses de PB) :

- Brennan and Schwartz (1976)
- Briys and de Varenne (1997b), Briys and de Varenne (1997a)
- Grosen and Jorgensen (2000), Grosen and Jorgensen (2002)
- Bacinello (2001)
- Ballotta (2005)

Ces travaux reposent sur le paradigme de la finance de marché (induit par la notion d'arbitrage) et cherchent à reproduire les raisonnements de pricing d'options (type Black and Scholes (1973)) sur des contrats d'assurance.

## 1.2. Travaux académiques

Pour devenir opérationnelles, les recherches sur ce sujet se heurtent à plusieurs écueils, notamment :

- les risques des contrats d'assurance (même d'épargne) ne sont pas que financiers : hypothèse souvent faite d'indépendance des risques financiers avec les autres risques ;
- le comportement des assurés (contrats rachetables) ;
- actions de gestion : la participation aux bénéfices est discrétionnaire, de même que la gestion de l'assureur (allocation d'actifs, attribution/incorporation, gestion de la PPE, des plus/moins-values latentes, etc.)

Ceci crée une situation où les flux de trésorerie engendrés par les contrats d'assurance ne sont pas réellement répliquables.

## 1.2. Travaux académiques

Au-delà de ces aspects, la question de la pertinence (pré-supposée absolue !) de ces méthodes se pose eu égard au rôle qu'on veut leur donner.

Ceci est d'autant plus pregnant qu'un courant de pensée (cf. Orléan (2011), Walter and Brian (2008), Walter (2010), etc.) pose des questions d'ordre similaire sur le rôle joué par les prix de marché dans l'économie (normes comptables, prudentielles, gestion des risques, etc.)

Aussi nous proposons de revenir sur les hypothèses des modèles qui sous-tendent la finance de marché moderne et d'apprécier leurs limites, en particulier en ce qui concerne l'assurance.

# Sommaire

## 1 Motivation

## 2 Les origines

- Spéculation et finance de marché
- Théorie de l'équilibre
- Finance d'entreprise et gestion de portefeuille
- La jonction

## 3 Confrontation à l'assurance

## 4 En guise de conclusion

## 2.1. Spéculation et finance de marché

Les méthodes de finance de marché moderne reposent sur (notamment !) :

- les travaux de Bachelier (1900) qui observe que les rendements sont gaussiens et proposent des évaluations d'actifs contingents
- le développement des approches stochastiques en temps continu permis par le Lemme d'Itô
- Les travaux de Black and Scholes (1973)

## 2.1. Spéculation et finance de marché

Ces méthodes reposent sur les hypothèses classiques :

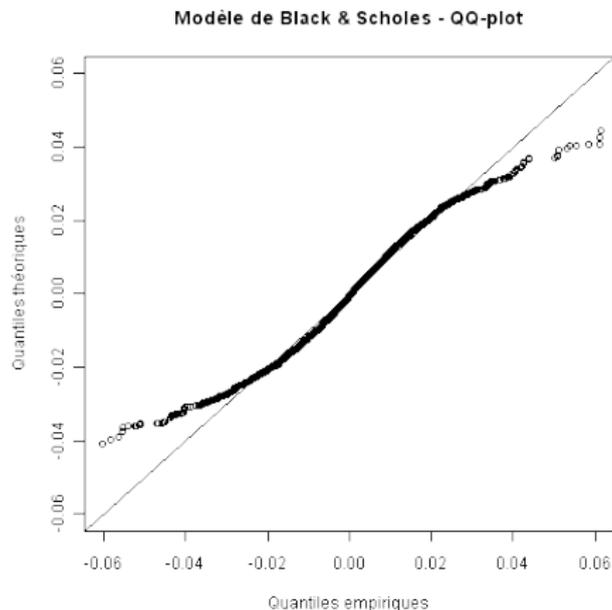
### Hypothèse

- *de rationalité des investisseurs ;*
- *de complétude du marché ;*
- *d'un marché de concurrence pure et parfaite ;*
- *de la capacité d'emprunter et de prêter au sans risque.*

De plus, l'économie est représentée par des dynamiques browniennes qui permettent l'utilisation du Lemme d'Itô.

## 2.1. Spéculation et finance de marché

Parmi les critiques adressées, la caractèrè non gaussien des rendements observés est un écueil important (cf. *infra*).



## 2.2. Théorie de l'équilibre

L'équilibre général de Walras (1900) est un des résultats fondamentaux de la théorie néo-classique.

### Hypothèse (Equilibre général de Walras)

- *marché de concurrence pure et parfaite*
- *préférences objectives*
- *convexité des préférences*
- *la monnaie sert de référence et ne joue pas de rôle actif*
- *les prix sont fixés par le secrétaire de marché qui centralise toute l'information et la diffuse*

## 2.2. Théorie de l'équilibre

Les principaux résultats de l'équilibre walrassien peuvent être résumés comme suit

### Proposition (Equilibre général de Walras)

*Les principaux résultats sont :*

- *l'existence d'un équilibre général*
- *la convergence des prix (par oscillations) vers les prix de l'équilibre général*

## 2.2. Théorie de l'équilibre

Cette théorie est complétée par les travaux d'Arrow et de Debreu qui lui fournissent un cadre mathématique rigoureux en introduisant des fonctions d'utilité.

Sur ces bases, on peut définir les optima de Pareto comme les allocations qui maximisent l'utilité qu'elles procurent.

On a alors les deux propriétés suivantes.

### Proposition (Théorèmes de l'économie du bien-être)

- *Toute allocation d'équilibre concurrentiel est un optimum de Pareto.*
- *Pour tout optimum de Pareto, il existe une contrainte de budget tel que l'optimum considéré est une allocation d'équilibre possible.*

## 2.3. Finance d'entreprise et gestion de portefeuille

Les travaux fondamentaux en la matière remontent à Markowitz (1952) et portent initialement sur la gestion optimale de portefeuille. Ses résultats consistent à construire un portefeuille optimal au sens espérance-variance.

Les rendements sous-jacents des titres considérés sont supposés gaussiens. Leur agrégation optimale se situe sur la frontière efficiente. Toute autre allocation conduit :

- soit à un portefeuille plus risqué pour une espérance de gain identique ;
- soit à un portefeuille de rendement espéré plus faible pour un niveau de risque identique.

## 2.3. Finance d'entreprise et gestion de portefeuille

Le développement de cette théorie (cf. Sharpe (1964)) a conduit au MEDAF (CAPM) qui peut se résumer par les équations suivantes :

### Proposition (Capital Asset Pricing Model)

- $\mathbf{E}[R_i] = R_f + \beta_i(\mathbf{E}(R_m) - R_f),$
- $\beta_i = \frac{\partial \sigma_i}{\partial \sigma_m} \frac{\sigma_m}{\sigma_i}.$

Cette théorie, malgré les vives critiques qui lui sont adressées, constitue un outil de base en analyse financière notamment.

## 2.3. Finance d'entreprise et gestion de portefeuille

Le CAPM repose sur les hypothèses suivantes :

### Hypothèse (CAPM)

- *marché de concurrence pure et parfaite*
- *les investisseurs mesurent le risque par la variance du rendement uniquement*
- *achats et ventes à découvert sont possibles et sans conséquence sur le cours du titre*
- *emprunt au taux sans risque possible sans limite*
- *unicité de l'horizon de placement des investisseurs*

Des développements qui allègent les hypothèses, souvent jugées trop contraignantes, ont été effectués.

Des tests empiriques montrent l'incapacité de cette approche (et de ses extensions) pour expliquer certains effets de marché.

## 2.3. Finance d'entreprise et gestion de portefeuille

La notion d'efficience du marché est introduite par Fama (cf. Fama (1965b), Fama (1965a) et Fama (1970)) conduit à distinguer trois types d'efficience (informationnelle) :

- efficience faible,
- efficience semi-forte, et
- efficience forte.

En cas d'efficience du marché, il n'existe pas de stratégie (fondée sur l'analyse technique) qui permette de *battre le marché*.

Ces résultats ont permis le développement des théories fondées sur l'absence d'opportunité d'arbitrage.

## 2.4. La jonction

La jonction entre ces différentes approches est relativement récente (cf. Harrison and Kreps (1979) et Harrison and Pliska (1981)) et conduit à généraliser le recours à l'absence d'opportunité d'arbitrage qui conduit à l'obtention d'une (au moins) mesure de probabilité martingale.

Ces approches sont généralisées et des résultats importants (cf. Geman et al. (1995)) leur donne un champ d'application très important pour pricer des actifs financiers les plus complexes. Cela participe en grande partie au développement (à complexité exponentielle) des produits structurés.

# Sommaire

- 1 Motivation
- 2 Les origines
- 3 Confrontation à l'assurance**
  - Les hypothèses
  - Quel usage ?
- 4 En guise de conclusion

## 3.1. Les hypothèses

La transposition pour l'évaluation de portefeuille d'assurance se heurte à plusieurs écueils :

- Les comportements des assurés (rachats, versements) ne correspondent pas à celui d'agents économiques "rationnels" (cf. Séjourné (2006))
- L'intégration de *management actions* pose également la question de la "rationalité" de la gestion de l'assureur : quelle est la justification de prendre des dispositions qui ne sont pas celles qui optimisent la valeur ?
- Est-ce que le marché est complet eu égard à la multiplicité des risques financiers auxquels est soumis l'assureur ?

## 3.1. Les hypothèses

Cas de différentes stratégies de hedging de GMDB (cf. Nteukam T. et al. (2011)).

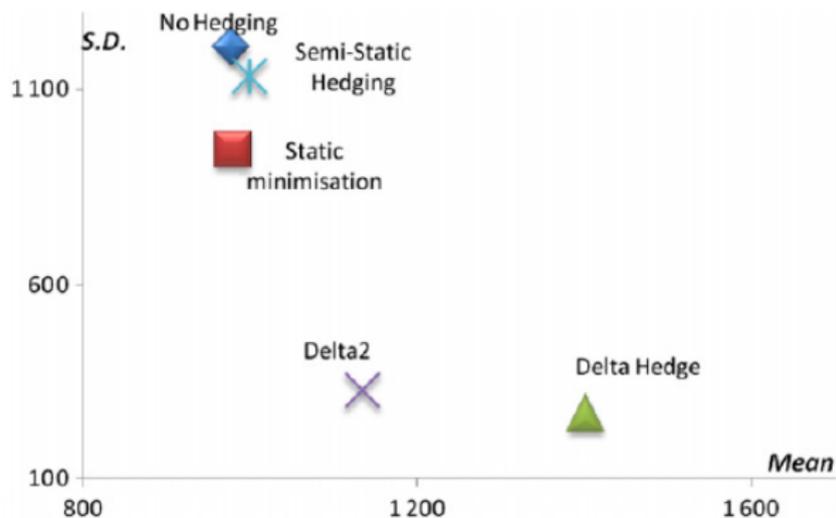


Fig. 1. Representation of the hedging strategies using a mean-variance graph.

## 3.1. Les hypothèses

Cas de différentes stratégies de hedging de GMDB (cf. Nteukam T. et al. (2011)).

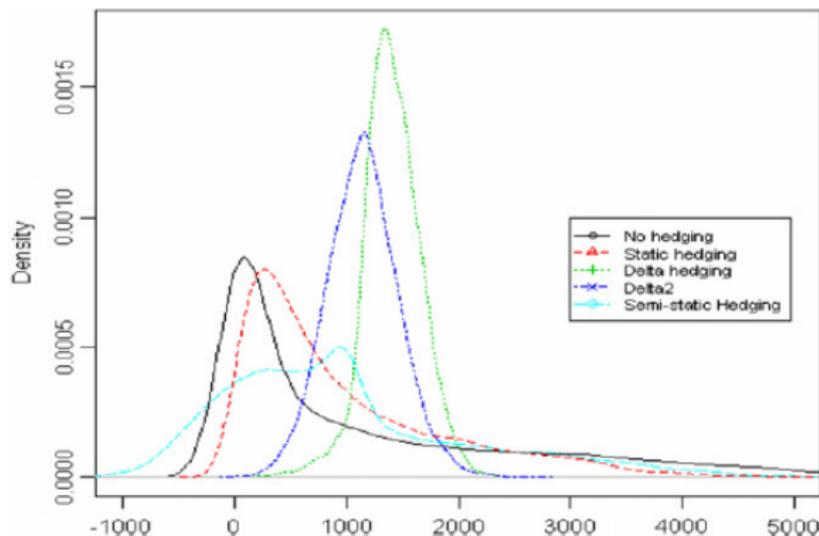


Fig. 2. Density of discounted future costs of hedging strategies.

## 3.1. Les hypothèses

Cas des marchés incomplets : quelle mesure martingale retenir ?

L'unicité de la mesure de probabilité martingale est assurée par l'hypothèse de complétude des marchés.

Dans le cas de marchés incomplets, une infinité de mesure de probabilité sont martingales, la valorisation obtenue *in fine* dépendra nécessairement des choix opérés en la matière. (cf. Ballotta (2005)).

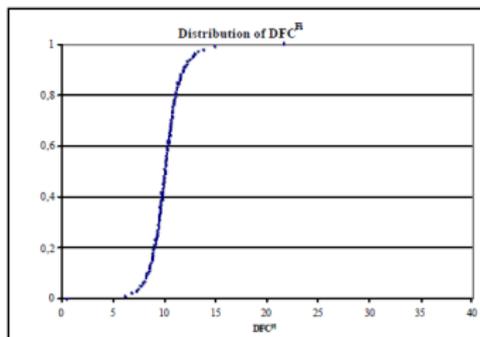
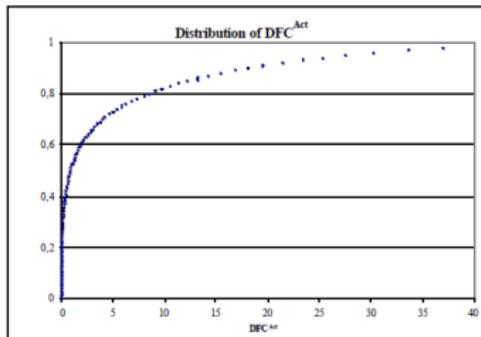
## 3.2. Quel usage ?

L'approche *market consistent* fournit un cadre de *valorisation*.

Elle n'induit pas automatiquement (par son optimisation par exemple) les mesures qui participent à une bonne gestion des risques.

## 3.2. Quel usage ?

Couverture (ou pas !) de garanties plancher en cas de décès sur un contrat UC (cf. Chenut et al. (2003)).



## 3.2. Quel usage ?

Cas de différentes stratégies de hedging de G MDB (cf. Nteukam T. et al. (2011)).

**Table 1**

Risk indicators of costs related to Hedging strategies in the Black-Scholes framework.

	Expected	Median	Standard deviation	VaR 99.75%	VaR 99%
No hedging	950	400	1177	5006	4459
Static minimisation	980	660	923	4487	3841
Delta hedge	1406	1398	260	2158	2040
Delta2	1140	1137	328	2179	1965
Semi-static hedging	984	807	1093	4803	4102

# Sommaire

- 1 Motivation
- 2 Les origines
- 3 Confrontation à l'assurance
- 4 En guise de conclusion

## Une convention ?

Compte tenu de la fragilité des hypothèses sur lesquelles elle repose, l'approche *market consistent* pour évaluer des portefeuilles d'assurance semble relever davantage de la *convention*, au sens kéneysien du terme, comme le souligne Walter (2010) (dans un contexte un peu différent) avec les intérêts et les limites clairement décrits par Keynes (1936) :

*La méthode conventionnelle de calcul (...) est compatible avec un haut degré de continuité et de stabilité dans les affaires, tant que l'on peut compter sur le maintien de la convention.*

# Bibliographie I

- Arrow, K. J. and Debreu, G. (1954). The existence of an equilibrium for a competitive economy. *Econometrica*, XXII :265–90.
- Bachelier, L. (1900). Théorie de la spéculation. *Annales de l'Ecole Normale Supérieure*, 3e série :21–86.
- Bacinello, A. R. (2001). Fair pricing of life insurance participating policies with a minimum interest rate guaranteed. *ASTIN Bulletin*, 31(2) :275–87.
- Ballotta, L. (2005). A lévy process-based framework for the fair valuation of participating life insurance contracts. *Insurance : Mathematics and Economics*, 37(2) :173–96.
- Black, F. and Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3) :637–54.
- Brennan, M. J. and Schwartz, E. S. (1976). The pricing of equity-linked life insurance policies with an asset value guarantee. *Journal of Financial Economics*, 3 :195–213.
- Briys, E. and de Varenne, F. (1997a). On the risk of insurance liabilities : Debunking some common pitfalls. *The Journal of Risk and Insurance*, 64(4) :673–94.
- Briys, E. and de Varenne, F. (1997b). Valuing risky fixed rate debt : An extension. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 32(2) :239–48.

## Bibliographie II

- Chenut, X., Frantz, C., and Walhin, J.-F. (2003). Pricing and capital allocation for unit-linked life insurance contracts with minimum death guaran. *Proceedings of the 13th AFIR Colloquium*, pages 337–367.
- Fama, E. (1965a). The behavior of stock market prices. *Journal of Business*, 38 :34–105.
- Fama, E. (1965b). Random walks in stock market prices. *Financial Analysts Journal*, 21(5) :55–9.
- Fama, E. (1970). Efficient capital market : a review of theory and empirical works. *Journal of Finance*, 25 :383–417.
- Geman, H., El Karoui, N., and Rochet, J.-C. (1995). Changes of numeraire, changes of probability measures and pricing of options. *Journal of Applied Probability*, 32 :443–458.
- Grosen, A. and Jorgensen, P. L. (2000). Fair valuation of life insurance liabilities : The impact of interest rate guarantees, surrender options and bonus policies. *Insurance : Mathematics and Economics*, 26(1) :37–57.
- Grosen, A. and Jorgensen, P. L. (2002). Life insurance liabilities at market value : An analysis of insolvency risk, bonus policy, and regulatory intervention rules in a barrier option framework. *The Journal of Risk and Insurance*, 69(1) :63–91.

## Bibliographie III

- Harrison, J. and Pliska, S. R. (1981). Martingales and stochastic integrals in the theory of continuous trading. *Stochastic Processes and their Applications*, 11(3) :215 – 260.
- Harrison, J. and Pliska, S. R. (1983). A stochastic calculus model of continuous trading : Complete markets. *Stochastic Processes and their Applications*, 15(3) :313 – 316.
- Harrison, J. M. and Kreps, D. M. (1979). Martingales and arbitrage in multiperiod securities markets. *Journal of Economic Theory*, 20(3) :381–408.
- Keynes, J. M. (1936). *The General Theory of Employment, Interest and Money*. Macmillan.
- Lamberton, D. and Lapeyre, B. (1997). *Introduction au calcul stochastique appliqué à la finance*. Ellipses, Paris, 2 edition.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1) :77–91.
- Morgenstern, O. and von Neumann, J. (1944). *Theory of games and economic behaviour*. Princeton University Press.
- Nteukam T., O., Planchet, F., and Thérond, P. (2011). Optimal strategies for hedging portfolios of unit-linked life insurance contracts with minimum death guarantee. *Insurance : Mathematics and Economics*, 48 :161–175.

## Bibliographie IV

- Orléan, A. (2004). Efficience, finance comportementale et convention : une synthèse théorique. In *Rapport du conseil économique et social : les crises financières*, chapitre compléments A.
- Orléan, A. (2011). *L'empire de la valeur*. Seuil.
- Planchet, F. and Thérond, P. (2007). *Mesure et gestion des risques d'assurance*. Economica.
- Planchet, F., Thérond, P., and Juillard, M. (2011). *Modèles financiers en assurance. Analyses de risque dynamiques*. Economica, 2 edition.
- Plantin, G., Sapra, H., and Shin, H. S. (2008). Fair value accounting and financial stability. *Financial Stability Review*, (12) :85–94.
- Quittard-Pinon, F. (2003). *Marchés de capitaux et théorie financière*. Economica.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices : A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of F*, 19(3) :425–42.
- Séjourné, B. (2006). Pourquoi le comportement des épargnants français est-il si peu conforme à la théorie traditionnelle du portefeuille ? Les cahiers scientifiques 1, Autorité des Marchés Financiers.

## Bibliographie V

- Séjourné, B. (2007). Comment les épargnants français intègrent-ils le paramètre temps dans la gestion de leur portefeuille? Les cahiers scientifiques 4, Autorité des Marchés Financiers.
- Théron, P. (2008). IFRS, solvabilité 2, embedded value : quel traitement du risque? *Bulletin Français d'Actuariat*, 8(15) :64–94.
- Walras, L. (1900). *Éléments d'économie politique pure ou théorie de la richesse sociale*. Librairie Générale de droit et de jurisprudence.
- Walter, C., editor (2010). *Nouvelles normes financières. S'organiser face à la crise*. Springer.
- Walter, C. and Brian, E. (2008). *Critique de la valeur fondamentale*. Springer.