

Crédibilité - Systèmes bonus-malus

Année universitaire 2007-2008 - Deuxième session

27 mai 2008 - Durée : 1 heure

Aucun document n'est autorisé.

Exercice n° 1

Considérons un assuré dont le nombre annuel de sinistres est distribué selon une loi de Poisson de paramètre Θ . La distribution *a priori* de Θ est une loi uniforme sur l'intervalle $[0; 1]$. Le coût des sinistres est constant, égal à 1.

1. Donnez la prime de Bayes de cet assuré.

Lors de la première année d'observation, l'assuré a causé un sinistre.

2. Quelle prime de Bayes lui réclameriez-vous pour la seconde année ?

3. Utilisez le modèle de Bühlmann, pour estimer la prime de cet assuré pour la deuxième année. Commentez.

Exercice n° 2

Dans le modèle de Bühlmann, avec les notations habituelles, donnez une interprétation de τ^2 , σ^2 et μ_0 . Déduisez-en le sens de variation de la prime de crédibilité en fonction de τ^2 , σ^2 et le nombre de périodes d'observation n .

Exercice n° 3

Considérons la famille des distributions géométriques

$$\mathcal{F} = \{f_\theta(x) = (1 - \theta)^x \theta, x \in \mathbf{N}; \theta \in [0; 1]\}.$$

Trouvez la famille \mathcal{U} conjuguée à \mathcal{F} .

Rappel : La famille \mathcal{U} est conjuguée à la famille \mathcal{F} si, pour tout $\gamma \in \Gamma$ et pour toute réalisation \mathbf{x} du vecteur des observations \mathbf{X} , il existe $\gamma' \in \Gamma$ tel que $U_\gamma(\theta|\mathbf{X} = \mathbf{x}) = U_{\gamma'}(\theta)$, pour tout $\theta \in \Theta$.