Théorie de la crédibilité et systèmes bonus-malus

Année universitaire 2016-2017 - Deuxième session - 29 juin 2017
Durée : 1 heure - Aucun document n'est autorisé.

Exercice n° 1

Considérons un assuré dont le nombre annuel de sinistres est distribué selon une loi de Poisson de paramètre Θ. La distribution *a priori* de Θ est une loi uniforme sur l'intervalle $[0;1]$. Le coût des sinistres est constant, égal à 1.
1. Donnez la prime de Bayes de cet assuré.
Lors de la première année d'observation, l'assuré a causé un sinistre.
2. Quelle prime de Bayes lui réclameriez-vous pour la seconde année ?
3. Utilisez le modèle de Bühlmann, pour estimer la prime de cet assuré pour la deuxième année. Commentez.

Exercice n° 2

Dans le modèle de Bühlmann, avec les notations habituelles, donnez une interprétation de τ^2, σ^2 et μ_0. Déduisez-en le sens de variation de la prime de crédibilité en fonction de τ^2, σ^2 et le nombre de périodes d'observation n .

Exercice n° 3

Considérons la famille des distributions géométriques

$$\mathcal{F} = \{f_\theta(x) = (1-\theta)^x \theta, x \in \mathbf{N}; \theta \in [0;1]\}.$$

Trouvez la famille $\mathcal{U}$ conjuguée à $\mathcal{F}$.

Rappel : La famille $\mathcal{U}$ est conjuguée à la famille $\mathcal{F}$ si, pour tout $\gamma \in \Gamma$ et pour toute réalisation $\mathbf{x}$ du vecteur des observations $\mathbf{X}$, il existe $\gamma' \in \Gamma$ tel que $U_\gamma(\theta|\mathbf{X}=\mathbf{x}) = U_{\gamma'}(\theta)$, pour tout $\theta \in \Theta$.